Il valore delle licenze d'uso delle risorse naturali*

Michele Moretto*, **Paolo Rosato****

Abstract

Gli strumenti di gestione delle risorse naturali pubbliche sono un tema di grande interesse teorico ed operativo e, fra tutti, il più utilizzato è sicuramente la licenza o permesso d'uso. L'implementazione di un sistema di licenze per regolare l'uso di una risorsa naturale è tutt'altro che semplice in quanto presuppone la definizione di numerose questioni. In questo lavoro è preso in considerazione il punto di vista dell'acquirente e, in particolare, ci si propone di modellarne il comportamento quando prende in considerazione l'acquisto di una licenza che lo autorizza a fruire, con determinate modalità, di una risorsa naturale rinnovabile. Il modello è stato costruito ipotizzando che tale comportamento possa essere assimilato a quello adottato da un investitore di fronte ad una *Call option*, ovvero al diritto di effettuare in ogni momento un investimento in una certa realtà finanziaria ad un prezzo prefissato. Infatti, al pari di un'opzione finanziaria, la possibilità di dilazionare l'acquisto della licenza riveste un valore per il consumatore, valore che aumenta all'aumentare dell'incertezza sui benefici futuri della risorsa. Il modello è stato utilizzato per testare l'effetto sul comportamento del consumatore di alcuni fattori come l'incertezza dei benefici e l'irreversibilità dell'acquisto. Le simulazioni effettuate hanno evidenziato che l'incertezza dei benefici e l'irreversibilità delle spese generano un costo opportunità, legato al valore d'opzione della licenza, rispetto al quale il consumatore può assumere comportamenti assai diversi da quelli attesi considerando solo il valore attuale che deriva dal flusso atteso dei benefici.

Key words: Valore d'opzione, Irreversibilità, Risorse naturali, Licenze d'uso.

---

* Questa ricerca è stata svolta nell'ambito di un finanziamento del Ministero dell'Università e della Ricerca scientifica e Tecnologica (MURST 60% 1999).

*Dipartimento di Economia, Università di Padova via del Santo 22, 35123, Padova, Italy. Ph.+390498274265, moretto@decon.unipd.it.

**Dipartimento di Ingegneria Civile, Università di Trieste Piazzale Europa 1, 34127, Trieste, Italy. Ph.+390406763569, rosato@dic.univ.trieste.it.

1. Introduzione

La gestione dell'uso ricreativo di risorse naturali pubbliche, come la pesca sportiva, la caccia e la raccolta di organismi spontanei è un tema di grande interesse teorico e operativo. Tale interesse ha varie cause, comunque riassumibili in una domanda di ricreazione in continua crescita ed in una consistenza degli stock in rapida contrazione. La crescita della domanda è legata al miglioramento delle condizioni economiche e sociali dei consumatori di molti paesi, accompagnata anche da una crescente pressione dei gruppi di interesse economico operanti nel settore della ricreazione (tour operator, produttori e commercianti di attrezzature, intrattenimento televisivo, ecc.). Al contrario, gli stock di risorse sono in rapida contrazione a causa dello sfruttamento a fini produttivi di tali risorse, dell'inquinamento ambientale o della riduzione degli habitat adatti alla riproduzione. Contemporaneamente, sono stati concepiti, utilizzati e studiati vari strumenti per regolare l'esercizio di tali attività; fra tutti il più diffuso è sicuramente la licenza. La licenza è un diritto ad esercitare, con modalità prefissate, una certa attività per un certo periodo di tempo ed in un determinato ambito. Tale diritto può essere acquisito in vario modo: può essere ereditato, può essere connaturato alla cittadinanza, alla residenza in un certo luogo o alla proprietà del suolo, più frequentemente deve essere acquistato da un'agenzia pubblica. I contenuti di tale diritto possono essere i più vari e sono strettamente legati agli obiettivi della regolamentazione. In linea di massima, l'obiettivo della regolamentazione è quello di garantire un utilizzo della risorsa sostenibile nel lungo periodo, in altre parole un tasso di prelievo compatibile con la capacità di riproduzione. Inoltre, il sistema dovrebbe minimizzare le rendite connesse con le licenze in modo tale da mantenere efficiente e produttivo il comparto collegato all'utilizzazione della risorsa e, contemporaneamente, permettere la formazione di rendite sociali. La licenza, di solito, è nominale, ovvero può essere utilizzata solo da una persona, non è cedibile, né rimborsabile. Le licenze, poi, possono essere di diversa durata (giornaliere, settimanali, stagionali, annuali, ecc.) e possono consentire di trattenere una certa quantità di organismi raccolti (pesce, funghi, selvaggina, ecc.). Da quanto brevemente riportato, la costruzione di un sistema di licenze per regolare l'uso di una risorsa naturale è tutt'altro che semplice, poiché presuppone la definizione di numerose questioni. Al riguardo, esiste una apprezzabile letteratura per quanto riguarda l'implementazione delle licenze di pesca o caccia professionale (Anderson, 1958; Campbell e Linder, 1990; Karpoff, 1989). Il comportamento del consumatore di fronte alla licenza per usi ricreativi delle risorse naturali è ancora piuttosto inesplorato. Dal punto di vista economico, quindi, può diventare più importante modellare l'atteggiamento del consumatore di fronte all'imposizione di una licenza, in quanto essa ha importanti implicazioni su vari comparti, come l'uso del tempo libero, la consistenza degli stock di risorse, il mercato delle attrezzature ecc. Ciò premesso, il presente lavoro prende in considerazione il punto di vista del consumatore, ovvero dell'acquirente della licenza. In particolare ci si propone di modellare il comportamento di un consumatore quando prende in considerazione l'acquisto di una licenza che lo autorizza a fruire di una risorsa naturale rinnovabile in un certo luogo, per un certo periodo di tempo e con modalità prefissate. Poiché l'acquisto della licenza condivide le caratteristiche della maggior parte delle decisioni di investimento, cioè è una decisione irreversibile, avviene in ambiente incerto circa i benefici futuri derivanti dall'uso delle risorse e, in un certo grado, è una decisione che può essere rimandata nel tempo, il problema è, in questo caso, stabilire se e quando il consumatore decida di acquistarla. Nel prendere la decisione il consumatore dovrebbe considerare: 1) l'incertezza sul flusso dei benefici futuri; 2) l'irreversibilità, ovvero l'impossibilità di recuperare la spesa per la licenza se il consumatore cambia idea; 3) il momento di scelta, ovvero l'opportunità di posporre il momento d'acquisto[1]. A causa delle caratteristiche precedentemente descritte, è ragionevole ipotizzare che la decisione di acquisto ottimale dovrà soddisfare delle condizioni sull'utilità attesa un po' più restrittive di quelle suggerite dall'usuale Valore Attuale Netto. L'incertezza che caratterizza la disponibilità delle risorse naturali implica che vi possono essere condizioni future tali da causare un rifiuto dell'attività ricreativa da parte del consumatore. L'irreversibilità comporta che, se il consumatore acquista una licenza adesso, egli non potrà rivenderla nel futuro se

1) Questo aspetto risulta di particolare interesse in quanto coincide con l'avvio dell'attività ricreativa. In linea generale, è ragionevole ipotizzare che il consumatore possa decidere in qualsiasi momento di acquistare la licenza, anche se, l'andamento stagionale del clima, la variabilità della qualità della risorsa e le caratteristiche della licenza possono limitare sensibilmente le possibilità di scelta. Ad esempio, in molti paesi la licenza annuale di pesca o caccia deve essere acquistata prima dell'inizio della stagione venatoria o alieutica. I permessi giornalieri o settimanali, invece, possono essere acquistati in qualsiasi momento eccetto, ovviamente, il periodo della riproduzione.

desidererà farlo. Infine, l'opportunità di aspettare nell'acquisto gli permette di raccogliere maggiori informazioni e quindi di ridurre la probabilità di trovarsi nella situazione di rifiutare l'attività ricreativa una volta in possesso della licenza. Ciò premesso, la possibilità di acquistare una licenza per fruire di risorse naturali può essere assimilata ad una *Call option* perpetua, ovvero ad un diritto, non ad un obbligo, di effettuare in ogni momento un investimento in una certa attività finanziaria ad un prezzo di esercizio prefissato, e, alla stessa stregua di un'opzione finanziaria, l'incertezza sui benefici futuri fa emergere un valore legato all'opportunità di investire in un certo momento[2].

2. Il modello di riferimento

In linea generale, è possibile affermare che la valutazione riguardo all'opportunità di acquistare una licenza avviene ponderando il suo costo con la soddisfazione attesa dalla futura attività ricreativa. A ciò, inoltre, va aggiunto il fatto che questa valutazione può avvenire in qualsiasi momento e, quindi, non è sufficiente che il valore della soddisfazione attesa sia superiore alla spesa da sostenere, ma è anche necessario che sia superiore a quello ottenibile, all'attualità, esercitando l'acquisto in un qualsiasi momento futuro. Questo aspetto risulta molto importante quando si ha a che fare con risorse, come gli stock di risorse biologiche, la cui consistenza varia per cause naturali, come le variazioni stagionali, o per cause antropiche, come interventi di ripopolamento, ripristino ambientale e per eccessivo prelievo da parte di attività professionali. Ad esempio, un'imminente azione di rimpinguamento degli stock può consigliare l'attesa, oppure pessime previsioni sulla situazione futura può accelerare la decisione di acquistare la licenza, per fruire subito di ciò che resta. La questione, poi, si complica perché le modalità con cui la licenza può essere acquistata sono molto varie, come pure i contenuti della stessa. Nel presente lavoro le assunzioni fondamentali sono le seguenti: a) la licenza non può essere trasferita e, quindi, la decisione è irreversibile e genera un esborso irrecuperabile; b)

2) Dixit (1992), Pindyck (1991) ed un recente manuale di Dixit e Pindyck (1994) fornisce un'esauriente rassegna di quest'approccio legato applicato a varie questioni economiche. Per quanto riguarda la pesca, l'unico lavoro a nostra conoscenza che utilizzi questo approccio è quello di Karpoff (1989), nel quale l'autore mette in evidenza come la componente di opzione di ogni licenza riesca a condizionare un processo di regolamentazione del numero delle licenze stesse.

la licenza può essere acquistata in qualsiasi momento, cioè l'acquisto può essere rinviato; c) le azioni autorizzate dalla licenza possono essere intraprese immediatamente dopo l'acquisto; d) la durata della licenza può essere diversa: un giorno, un'intera stagione (annuale), oppure per più stagioni, sino a vita. Ciò premesso, si consideri un consumatore che valuta, in un certo momento, l'opportunità di acquistare una licenza. Ovviamente, egli ponderera la spesa rispetto all'utilità attesa delle uscite. Quest'ultima, ragionevolmente, dipenderà dalla quantità di risorsa naturale che si aspetta di acquisire. Quindi, il beneficio netto istantaneo atteso del consumatore (per singola uscita) dall'attività ricreativa è dato dalla seguente funzione $B(x, n)$ dove x è lo stock di risorsa e n indica il numero di fruitori rivali che attingono al medesimo stock. La disponibilità marginale a pagare per l'attività ricreativa è positiva e decrescente rispetto all'ammontare dello stock, cioè $B_x > 0$, $B_{xx} \leq 0$.

Il numero di fruitori rivali è inserito nella fruizione del beneficio in quanto si assume che la quantità istantanea di risorsa disponibile per il consumatore sia correlata negativamente con il numero dei fruitori contemporaneamente presenti a causa di un effetto di competizione[3]. Quindi, un aumento di agenti rivali produce una contrazione del beneficio e una riduzione della disponibilità marginale a pagare, ovvero $B_n < 0$, $B_{nn} > 0$ e $B_{xn} < 0$.

L'ammontare della risorsa considerata è misurato da una variabile della biomassa x_t che si assume rispetti la seguente equazione differenziale stocastica[4]:

$$dx_t = \mu^x(x_t)\,dt + \sigma^x x_t\,dW_t^1 + x_t\,dQ_t, \text{ con } x_0 = x,\ \sigma^x > 0 \tag{1}$$

$$\mu^x(x_t) = \gamma(x_t)x_t - h(x_t, n_t)\,n_t$$

Nell'equazione (1) $\gamma(x_t)$ rappresenta il tasso atteso di accrescimento naturale dello stock ed è decrescente rispetto all'ammontare dello stock

3) E' da notare che il problema affrontato da un singolo consumatore che divide una risorsa con altri differisce da quello del "policy maker" che, invece, considera il beneficio aggregato di tutti i fruitori. In questo contesto, il consumatore, se razionale, includerà una valutazione dello stock di risorse nella sua funzione di beneficio e tale valutazione varierà inversamente al numero di rivali presenti (Arnason, 1990). Ovviamente, questa assunzione è un po' riduttiva, in quanto l'effetto di congestione non riguarda soltanto la competizione fra consumatori nell'uso degli stock, ma, dato che si considerano attività ricreative all'aperto, anche il disturbo causato dall'intrusione di estranei, oltre al bisogno di *wilderness*. Tuttavia, si assume che l'effetto di competizione sia quello principale.

4) Per una trattazione introduttiva della equazioni stocastiche differenziali e dei moti browniani si rimanda a Cox e Miller (1965) ed Harrison (1985).

stesso x_t[5]; $h\ (x_t, n_t)\ n_t$ è il tasso individuale atteso di raccolta o cattura moltiplicato per il numero di fruitori presenti al tempo t e rappresenta la riduzione dello stock prodotta dalla fruizione. Tale riduzione è, generalmente, positivamente legata alla consistenza dello stock. Il tasso individuale atteso di raccolta o cattura è positivamente correlato con la consistenza dello stock e negativamente con il numero di rivali. Ciò per il fatto che più risorsa è disponibile, più facile risulta localizzarla ed acquisirla[6]. Inoltre si assume che alcuni fattori casuali come l'andamento meteoclimatico influenzino lo stock ed il tasso di crescita della biomassa. Il termine $\sigma^x x_t$ è la misura della variabilità indotta e dW_t^1 è l'incremento di un moto browniano con media $E\ (dW_t^1) = 0$ e varianza $E\ [(dW_t^1)^2] = dt$[7].

Infine, dQ_t è la variazione positiva o negativa di un processo di Poisson, indipendente da W_t, con tempo medio di arrivo λ. Questo processo rappresenta le variazioni nello stock causate da eventi eccezionali esterni come inquinamenti, bracconaggio o raccolte abusive, oppure da ripopolamenti o dal controllo dell'uso produttivo della risorsa (pesca o raccolta professionale), che si traduce in una variazione nello stock di una certa percentuale ϕ ($-1 \leq \phi \leq 1$). Tali fattori possono dipendere o meno dalla consistenza dello stock; ad esempio, è ragionevole assumere che l'inquinamento ed il prelievo idrico siano perfettamente indipendenti dallo stock, il ripopolamento sia negativamente correlato, mentre gli interventi di prelievo abusivo lo siano positivamente[8]. Il processo dQ_t

5) I processi biologici di accrescimento più utilizzati nei modelli per ottimizzare lo sfruttamento di risorse rinnovabili (pesce, fauna selvatica, ecc.) incorporano il fatto che al crescere dello stock si innescano processi di autolimitazione con conseguente riduzione del tasso di crescita (vedi Clark, 1990).

6) Questa ipotesi è in linea con l'approccio classico alla modellizzazione dell'uso delle risorse rinnovabili, dove lo sforzo per la raccolta (E), inteso come l'aggregato di capitale, energia e lavoro impiegato in un certo intervallo di tempo (Schaefer, 1954), necessario alla raccolta di una certa quantità (h) di risorsa è inversamente proporzionale alla consistenza di stock (x), i.e. $E = h/x$, (Pearce e Turner, 1989, p. 242). Quindi, si può assumere, per semplicità, che la raccolta sia proporzionale alla consistenza dello stock, $h(x)n = (\vartheta E\ x)\ n$, $0 \leq \vartheta \leq 1$, dove $E = 1$.

7) Sebbene questo modello incorpori buona parte delle fonti di incertezza di tipo "ecologico", non tiene conto dell'incertezza sulla consistenza iniziale dello stock. In ogni caso la modellizzazione di questo aspetto avrebbe complicato notevolmente il modello senza influire in modo determinante sulla soluzione del problema.

8) In questo lavoro si è assunto che la variazione sia random, indipendentemente dallo stock esistente ed esprimibile come percentuale dello stock iniziale. In effetti sarebbe possibile inserire una probabilità dipendente dalla consistenza dello stock ma, data la complessità e la contradditorietà delle diverse cause di variazione, questo complicherebbe notevolmente gli aspetti algebrici del modello senza, tuttavia, modificare sostanzialmente la qualità dei risultati.

possiede la seguente distribuzione di probabilità: $dQ_t = \phi$ con probabilità λdt; $dQ_t = 0$ con probabilità $1 - \lambda dt$. Quindi, l'equazione (1) stabilisce che lo stock di risorsa x fluttua nel tempo guidato da un moto Browniano ma che in ciascun intervallo di tempo $(t, t + dt)$ esiste una probabilità λdt che si verifichi una variazione istantanea (positiva o negativa) tale da portare lo stock al livello $(1 + \phi)$ volte la consistenza iniziale, per ricominciare successivamente a fluttuare sino alla successiva variazione. Infatti, se $dQ = \phi$, lo stock di risorsa assume il valore $x(t + dt) = (1 + \phi)\, x(t)$. Se, invece, $dQ = 0$, non vi è alcun cambiamento.

Poiché il beneficio netto ricavato dal fruitore dall'attività ricreativa è inversamente legato al numero di rivali, è necessario modellare l'andamento di questi ultimi. A tale proposito si assuma che il numero di rivali cambi nel tempo in base alla seguente equazione stocastica differenziale:

$$dn_t = \mu^n (n_t)\, dt + \sigma^n n_t dW_t^2 + x_t dQ_t, \text{ con } n_0 = n,\ \sigma^n > 0 \qquad (2)$$

$$\mu^n (n_t) = n_t u(x_t) p(n_t) - bn_t$$

L'equazione (2) modella la cosiddetta "dimensione sociale" dell'attività ricreativa. Infatti, è ben noto che l'andamento dei fruitori dipende essenzialmente dalla cognizione che essi hanno e/o pensano di avere sullo stock di risorsa che costituisce l'oggetto delle loro attenzioni. Tale cognizione viene essenzialmente dalla messa in circolo di informazioni da parte di soggetti che si ritengono "informati" in quanto hanno recentemente fruito della risorsa (o tentato di)[9]. Indicando con $u_t = u(x_t)$ il tasso di contatto fra le persone che discutono sulla consistenza dello stock x_t, al tempo t i consumatori "informati" comunicano con $n_t u_t$ persone, delle quali solo la frazione $p(n_t)$ sarà nuovamente informata. Inoltre, si assuma che il numero di fruitori diminuisca nel tempo a tasso costante b, per ragioni esterne all'attività ricreativa, come una certa saturazione del bisogno di uscire che si manifesta con il procedere della stagione. Infine, si consideri una certa incertezza sul numero e sull'andamento dei rivali: essa è catturata dal termine $\sigma^n nt$, dove dW_t^2 è il consueto incremento di un processo Browniano con media nulla, $E(dW_t^2) = 0$, e varianza $E[(dW_t^2)^2] = dt$, e possibilmente correlato con il

9) A questo proposito è doveroso ricordare come tali informazioni siano spesso mendaci. Tale possibilità non è stata inclusa nel modello.

processo W_t^1. Per esempio, $E(dW_t^1 dW_t^2) = \rho dt$, dove $-1 < \rho < 1$ indica il coefficiente di correlazione istantanea tra i due processi. Il modello illustrato è stato disegnato per stimare il beneficio derivante al fruitore di una risorsa rinnovabile. Tuttavia, ponendo alcune restrizioni sul tasso di crescita e sugli stock nella consistenza delle risorse, esso può essere esteso anche alla fruizione di risorse non rinnovabili[10].

2.1. *Il valore della licenza*

Sulla base di quanto precedentemente stabilito, ora è possibile ricavare il valore della licenza. Poiché essa può essere considerata come il diritto ad attingere a una certa risorsa per un certo periodo, nei luoghi prescritti e con modalità stabilite, essa può essere considerata come un investimento in un capitale che fornisce un beneficio istantaneo $B(x, n)$, che dipende dal livello che assume lo stock di risorsa e dal numero di fruitori rivali. Quindi, assumendo un certo tasso di sconto intertemporale r ed assumendo, per ora, una durata infinita della licenza[11], il valore attuale del flusso di benefici connessi con la licenza può essere ottenuto mediante la seguente equazione:

$$V(x_T, n_T) = E_T\left\{\int_T^{\infty} H(t)B(x_t, n_t)e^{-r(t-T)}dt\right\} \tag{3}$$

dove T è il momento in cui viene comprata e $H(t)$ rappresenta la probabilità di fruire della risorsa all'istante t[12]. Quindi, il valore della licenza è condizionato dalla sua durata, dall'entità dei benefici ricavabili e dalla loro distribuzione nel tempo.

Da quanto precedentemente esposto si evince che il consumatore acquisterà la licenza quando il suo valore attuale atteso supera il costo K. In realtà, ciò è ragionevole solo se l'acquisto non è rinviabile; infatti, pur in presenza di un valore attuale netto $V(x_T, n_T) - K$ positivo, l'incertezza sui benefici, il particolare andamento stagionale e l'irreversibilità del

10) Le condizioni sono $\gamma(x_t) = 0$ e $-1 \leq \phi \leq 0$.

11) In questo studio, la durata della licenza è assunta pari ad infinito per indicare un periodo sufficientemente lungo da rendere trascurabili i benefici molto lontani nel tempo dato il saggio sconto r.

12) In generale, tale probabilità varia in funzione dell'andamento stagionale, vale zero nei periodi di divieto ed è massima quando è massima la disponibilità della risorsa e/o la disponibilità di tempo da parte del consumatore.

costo, può suggerire prudenza e quindi attesa. La questione diventa quindi la seguente: valutare il valore dell'attendere in modo tale da modellare la convenienza a rinviare l'acquisto. In altre parole, stimare il valore d'opzione relativo all'acquisto della licenza.

2.2. *Il valore dell'opzione d'acquisto della licenza*

Si identifichi con F il valore dell'opzione d'acquisto sulla licenza, che implica un esborso irrecuperabile K. Dato che il beneficio netto derivante dall'acquisto della licenza al tempo T è $V(x_T, n_T) - K$, il valore dell'opzione può essere calcolato massimizzando la seguente funzione che esprime il valore attuale netto che assume la licenza al variare del momento d'acquisto T[13]:

$$F(x,n) = \max_T E_0 [(V(x_T, n_T) - K) e^{-rT} \mid x_0 = x, n_0 = n] \quad (4)$$

Dalla (4) si evince che ci sono due variabili di stato in questo problema di massimo che determinano il valore d'opzione e, quindi, il momento ottimo in cui comprare la licenza: x ed n. Formalmente, il problema è quello di individuare una regola ottimale $I^*(x, n)$ che guida l'acquisto della licenza in quanto parte della soluzione del problema di ottimo (4). In ogni caso, poichè è plausibile attendersi che l'opzione verrà trattenuta se x è basso o se n è elevato e, al contrario, verrà esercitata quando x è sufficientemente elevato dato un certo valore di n, oppure quando n è sufficientemente basso dato un certo valore di x, la regola che guida l'acquisto può essere rappresentata da una curva $x = x^*(n)$, dove x^* è sempre crescente rispetto ad n.

Analogamente a quanto avviene per le opzioni finanziarie, il vantaggio nel trattenere l'opzione (non effettuare l'acquisto) deriva dall'incremento di valore di F, ovvero dal "capital gain" dell'opzione. Per cui, la condizione di non arbitraggio (*Bellman equation*) che discende dal problema (4) richiede che il "capital gain" $E[dF(x, n)]$ eguagli in ogni istante temporale il rendimento di riferimento $rF(x, n)dt$ e cioè:

$$rF(x, n)dt = E[dF(x, n)]$$

13) Per semplicità si è assunto K costante rispetto a T.

la quale, dopo opportune trasformazioni, può essere riscritta come un'equazione differenziale parziale del secondo ordine[14]:

$$\begin{aligned}&\tfrac{1}{2}\left[(\sigma^x)^2 x^2 F_{xx}(x,n)+(\sigma^n)^2 n^2 F_{nn}(x,n)+2\rho\sigma^x\sigma^n xnF_{xn}(x,n)\right]+\\&+\gamma(x)x-h(x,n)n)F_x(x,n)+(nu(x)p(n)-bn)F_n(x,n)+\\&+\lambda\ F((1+\phi)x,n)-(r+\lambda)F(x,n)=0\end{aligned}\tag{6}$$

La soluzione di (6) deve, inoltre, soddisfare le seguenti condizioni di contorno:

$$\lim_{x\to 0} F(x,n)=0\tag{7}$$

$$F(x^*(n),n)=V(x^*(n),n)-K\tag{8}$$

$$F_x(x^*(n),n)=V_x(x^*(n),n)\tag{9}$$

La condizione (7) stabilisce che, quando lo stock x di risorsa tende a zero, il valore d'opzione tende anch'esso a zero. La condizione (8) stabilisce che, all'interno della regola d'acquisto *($x^*(n)$)*, il valore dell'opzione deve eguagliare il valore attuale della licenza al netto dell'esborso per l'acquisto (*matching value condition*). In altre parole, fintanto che $x_t < x^*(n)$, si ha che $F(x(n), n) > V(x(n), n) - K$, e quindi il consumatore ritiene conveniente posporre l'acquisto, in quanto $V(x(n), n) < K + F(x(n), n)$ ovvero il valore della licenza è inferiore al suo costo totale ottenuto sommando il suo costo diretto K al costo opportunità dell'opzione espresso da $F(x(n), n)$. Infine, la condizione (9) esclude la possibilità che, per motivi speculativi, l'investimento venga effettuato in un momento diverso da quello individuato dalla (7) (*smooth pasting condition*).

In altre parole, il punto di tangenza fra la curva che rappresenta il valore di opzione $F(x(n), n)$ con la retta del valore attuale netto della

14) Espandendo dF, e applicando il lemma di Itô per processi Browniani e di Poisson combinati, si ricava la seguente equazione differenziale parziale (Dixit e Pindyck, 1994):

$$\begin{aligned}&\tfrac{1}{2}\left[(\sigma^x)^2 x^2 F_{xx}(x,n)+(\sigma^n)^2 n^2 F_{nn}(x,n)+2\rho\sigma^x\sigma^n xnF_{xn}(x,n)\right]+\\&+(\gamma(x)x-h(x,n)n)F_x(x,n)+(nu(x)p(n)-bn)F_n(x,n)+\\&+\lambda\left[F((1+\phi)x,n)-F(x,n)\right]-rF(x,n)=0\end{aligned}\tag{5}$$

che può essere riscritta in forma compatta come nel testo.

licenza $V(x(n), n) - K$ individua il valore critico $x^*(n)$ e, conseguentemente, conviene acquistare la licenza se, per ogni dato valore di n, la consistenza dello stock in quell'istante è superiore al valore critico, e cioè $x_t \geq x^*(n)$[15].

2.3. *Il momento ottimo d'acquisto*

Il modello generale presentato nel paragrafo, pur rappresentando in modo completo la strategia dell'acquirente della licenza, è di scarsa utilità pratica in quanto la complessità delle funzioni presenti ne rendono la soluzione piuttosto difficile. Quindi, per eseguire simulazioni utili ad evidenziare l'effetto dei fattori caratterizzanti il contesto (come l'incertezza) sulle scelte del consumatore, sono state adottate alcune assunzioni semplificanti che rendono il modello risolvibile. Le assunzioni sono le seguenti:

Assunzione 1: la funzione di beneficio istantaneo è data da $B(x,n) = x^{\alpha}n^{-\beta}$, con $0 < \alpha \leq 1$, $\beta > 0$.

Assunzione 2: la somma pesata dei tassi di crescita di x ed n è costante, cioè $\mu(x,n) \equiv \frac{\mu^x(x)}{x} - \frac{\mu^n(x)}{n} = \mu$[16].

Assunzione 3: La probabilità di uscita per fruire della risorsa al momento t ha una distribuzione esponenziale $H(t) = e^{-ht}$[17].

---

15) In questo caso si ha che $\frac{dx^*}{dn} > 0$, ovvero, se aumenta il numero dei rivali, lo stock deve aumentare più che proporzionalmente perché l'acquisto rimanga conveniente.

16) Questa assunzione implica che : 1) il tasso di crescita della risorsa è costante, $\gamma(x) = \gamma$; 2) il tasso di raccolta è lineare, $h(x,n) = a\frac{x}{n}$, ovvero $h(x,n) = ax$; 3) il tasso di contatti è costante, $u(x) = u$; 4) la frazione di possibili contattati da parte del consumatore è costante, $pn = p$. L'insieme di queste condizioni fa sì che $\mu \equiv \alpha(\gamma - a) - \beta(up - b)$.

17) Ciò implica che la possibilità di uscire fra il tempo t e il tempo $t + dt$ può essere descritta da una *hazard function* $h(t)$ costante nel tempo. Allora la distribuzione diventa $H(t) = e^{-\int_0^t h(s)ds} \equiv e^{-ht}$; per completezza si può anche assumere che la *hazard function* $h(t) = h(x_t, n_t)$ sia dipendente dallo stock corrente di risorsa e dal numero di rivali. In questo caso la distribuzione delle uscite diventa la seguente:

$$H(t) = e^{-\int_0^t h(x_s, n_s)ds}$$

con densità:

$$f(t) = h(x_n, n_t)e^{-\int_0^t h(x_s, n_s)ds}$$

La *hazard function* rispetto al momento di uscita associato diventa: $h(t) = \frac{f(t)}{H(t)} = h(x_t, n_t)$.

Mediante queste tre assunzioni è possibile ridurre il problema di ottimizzazione ad una sola dimensione. In particolare, espandendo dB_t ed applicando il lemma di Itô è facilmente dimostrabile che B varia secondo la funzione seguente[18]:

$$dB_t = \mu_B B_t dt + \sigma_B B_t dW_t + \alpha B_t dQ_t \text{ con } B_0 = B \tag{10}$$

dove:

$$\mu_B = \hat{\mu} + \frac{1}{2}(\sigma^x)^2 \alpha(\alpha - 1) + \frac{1}{2}(\sigma^n)^2 \beta(\beta + 1) - \rho\sigma^x\sigma^n\alpha\beta$$

$$\sigma_B = \sqrt{(\sigma^x)^2\alpha^2 + (\sigma^n)^2\beta^2 - 2\rho\sigma^x\sigma^n\alpha\beta}$$

In definitiva, si assume che lo stock di risorsa x_t ed il numero di rivali n_t attesi crescano (o decrescano) ad un certo tasso medio costante, ma che la crescita effettiva sia stocastica descritta da una distribuzione normale, indifferente dal tempo[19].

A questo punto il modello è sufficientemente semplificato da fornire una soluzione in forma chiusa per la regola d'investimento.

Proposizione 1

(i) Il valore della licenza diventa:

$$V(B_T) = E_T \left\{ \int_T^{\infty} B_t e^{-(r+\lambda+h)(t-T)} dt \mid B_0 = B \right\} = \frac{B_T}{\delta} \tag{11}$$

dove:

$$\delta = r + \lambda + h - \mu_B > 0$$

(ii) Il valore dell'opzione d'acquisto della licenza è dato da una funzione crescente e convessa del beneficio istantaneo B:

18) Ciò deriva dal fatto che la funzione log-lineare di una variabile casuale log-normale è distribuita in modo log-normale. Inoltre, il primo ed il secondo momento del processo B_t sono dati da $E(dB/B) = (\mu_B + \lambda\phi)dt$ e da $V(dB/B) = (\sigma^2_B + \lambda\phi^2)dt$ (vedi Dixit e Pindyck, 1994, p.169).

19) Nello specifico, le variabili esogene x ed n risultano non stazionarie e non posseggono distribuzioni (non condizionate) di lungo periodo. Condizionatamente alle informazioni al tempo $t = 0$, i valori futuri delle variabili esogene x ed n posseggono una distribuzione congiunta di tipo log-normale, con varianza proporzionale all'orizzonte temporale della previsione. Inoltre, il beneficio B_t, essendo una funzione log-lineare (ad elasticità costante) di un processo browniano, segue egli stesso un processo browniano come descritto dalla (10). Il trend e la variazione standard della funzione B_t risultano dalla combinazione lineare dei corrispondenti parametri contenuti nelle variabili primitive x_t e n_t, con pesi date dalle elasticità α e β, e dal coefficiente di correlazione ρ.

$$F(B) = AB^{\xi} \quad \text{per} \quad x \in (0, B^*] \tag{12}$$

dove:

$$A = \frac{(\xi - 1)k^{\xi-1}k^{1-\xi}}{(\delta\xi)^{\xi}} > 0$$

e $\xi > 1$ è la radice positiva della seguente espressione non-lineare:

$$\Phi(\xi) \equiv \frac{1}{2}\sigma^2{}_B\xi(\xi - 1) + \mu_B\xi - (r + \lambda) + \lambda(1 + \phi\alpha)^{\xi} = 0$$

(iii) Infine, la regola d'investimento è data da:

$$B^* = \frac{\xi}{\xi - 1}\delta K > 0 \tag{13}$$

Dimostrazione: Vedi Appendice.

L'ottimo valore di soglia B^* individua il beneficio netto atteso dal fruitore della risorsa che fa scattare la convenienza all'acquisto della licenza necessaria per fruirne. Quindi, il consumatore comprerà la licenza la prima volta che B_t supera la soglia definita da B^*[20]. Da notare, poi, che B^* è maggiore del comune valore d'uso della licenza espresso da δK. Infatti, in assenza di incertezza e costi di accquisto della licenza recuperabili, sarebbe conveniente acquistare la licenza quando il valore attuale dei benefici connessi con la licenza supera il costo della stessa, e cioè quando B assume un valore tale che:

$$\frac{B}{\delta} = K \tag{15}$$

In questo caso l'equazione (15) rappresenta la regola decisionale ed il valore critico del beneficio B che fa scattare l'acquisto è pari a δK. Al contrario, in presenza di incertezza, il livello critico B^* è aumentato dal "fattore d'opzione", che misura il beneficio aggiuntivo che il consumatore

20) Ricordando, dall'assunzione 1, che $B(x,n) = x^{\alpha}n^{-\beta}$ la regola d'acquisto (13) può essere facilmente rappresentata da una funzione strettamente crescente:

$$x^* = \left(\frac{\xi}{\xi - 1}\delta K\right)^{-\alpha} n^{\beta/\alpha} \tag{14}$$

con $\frac{dx^*}{dn} \geq 0$, e $\frac{d^2x^*}{dn^2} \geq 0$ nel caso in cui $\alpha \geq \beta$ e $\frac{d^2x^*}{dn^2} \leq 0$ nel caso $\alpha \leq \beta$.

richiede prima di effettuare un esborso irreversibile che fornisce benefici incerti.

A questo punto è possibile affrontare il problema temporale dell'acquisto della licenza confrontando il costo opportunità dell'acquisto attuale della licenza con il corrispondente beneficio ottenibile effettuando l'acquisto nel momento ottimale. Questo può essere valutato mediante la differenza $F(B) - F_0(B)$, dove $F_0(B)$ è il valore della licenza quando questa è acquistata immediatamente ($t = 0$). Si assuma, ad esempio, che il valore corrente di B sia inferiore a B^* in modo da indurre il consumatore a posporre l'acquisto. Poiché $F(B) = AB^x$ e $F_0(B) = V(B) - K$, si ha:

$$F(B) - F_0(B) = K + AB^\xi - \frac{B}{\delta} \tag{16}$$

Il primo termine del secondo membro dell'equazione (16) è il costo effettivo della licenza. Il secondo termine è il valore dell'opzione d'acquisto, e poiché l'acquisto implica l'azzeramento di tale valore nella formula, esso assume il significato di un costo legato all'opportunità perduta del rinvio. Il terzo termine è il valore attuale del flusso futuro dei benefici e quindi misura il valore della possibilità dell'acquisto immediato della licenza. In definitiva, fintanto che $B < B^*$ e $F(B) - F_0(B) > 0$, il costo totale della licenza (dato dal costo diretto e dal valore d'opzione) è superiore al valore attuale dei benefici e quindi la decisione di acquisto dovrebbe essere rinviata[21].

Mediante le equazioni (10) e (13) è possibile effettuare alcune simulazioni di statica comparata per verificare l'effetto di alcuni parametri sulla decisione del consumatore. Ad esempio, un aumento del tasso di sconto r aumenta il valore dell'opzione di acquisto e quindi aumenta anche B^*. infatti, dato che è stato assunto che il costo, K, è sostenuto quando la licenza viene acquistata, allora un incremento di r implica una maggiore riduzione del valore attuale del costo e quindi il valore d'opzione aumenta ma tenderà ad essere esercitato più tardi (Dixit e Pindyck, 1994, pp. 152-161). Un incremento della probabilità di una drastica variazione nello stock di risorsa λ ha, invece, un effetto ambiguo sul comportamento del consumatore e dipende dal segno della variazione ϕ. Se $\phi > 0$, un incremento di λ influisce sul valore di opzione in due modi: in primo luogo fa aumentare il tasso atteso di

21) Considerazioni analoghe valgono anche nell'ambito degli incentivi fiscali per l'adozione di processi ambientali ecocompatibili, si veda per esempio Dosi e Moretto (1996 a, b) e Dosi e Moretto (1997, 1998).

incremento del valore di B, da μ_B a $\mu_B+\lambda\phi$, che, a sua volta fa aumentare il valore di opzione $F(B)$; in secondo luogo, fa aumentare la varianza di B da σ^2_B a $(\sigma^2_B+\lambda\phi^2)$, con un ulteriore incremento di $F(B)$. l'effetto complessivo è quindi positivo, con un incremento del valore di soglia B^*. Lo stesso non si può dire nel caso in cui $\phi < 0$: in questo caso, infatti, a fronte di un aumento di incertezza che fa crescere $F(B)$ si ha una diminuzione del tasso di incremento atteso di B con un decremento di $F(B)$. L'effetto complessivo, comunque, potrebbe essere negativo, con una riduzione di $F(B)$ e quindi di B^* (Dixit e Pinyck, 1994, pp. 167-173).

Infine, poiché $\frac{\delta\xi}{\delta\sigma_B} < 0$, un aumento dell'incertezza sul futuro andamento di B, determina un aumento di $\frac{\xi}{\xi - 1} > 0$ e quindi un maggiore divario fra B^* e il costo δK. Quindi, sebbene all'aumentare dell'incertezza sui benefici futuri aumenta il valore dell'opzione di acquisto, aumenta anche la convenienza a posporre la decisione di acquisto, cioè maggiore deve essere il flusso di beneficio atteso per renderne conveniente l'acquisto.

3. La scelta fra licenze di durata diversa

Il modello decisionale precedentemente illustrato è utile a risolvere parecchi problemi. I due più importanti riguardano la scelta del momento d'acquisto e la durata della licenza. In premessa è stato ricordato come il consumatore può, in linea di massima, comprare la licenza in qualsiasi momento e che l'acquisto, in genere, coincide con l'avvio dell'attività ricreativa. E' stato anche ricordato che la licenza può avere durate diverse per assecondare le previsioni del consumatore circa le sue future uscite. Se si assume che il consumatore possa acquistare solo un tipo di licenza che gli consente di utilizzare la risorsa per sempre (o per un periodo di tempo tanto lungo da poter essere assunto pari a infinito), il valore atteso è pari all'integrale del beneficio netto istantaneo scontato. In realtà il consumatore ha alcune alternative definite su cui scegliere e può acquistare licenze che gli permettono di fruire per un giorno, una settimana, un anno ecc. Ovviamente, a fronte di una durata della licenza minore, dovrà sostenere un costo totale inferiore ed un costo medio per uscita superiore. In questo caso il problema del consumatore non consiste solo nella scelta di quando esercitare l'opzione di acquisto ma anche quale durata scegliere. Poiché l'acquisto di una licenza è sempre una decisione irreversibile, la possibilità di scegliere fra una serie di licenze di durata diversa genera un'ulteriore opportunità di posporre l'acquisto. In altre parole si avrà un valore di opzione per ogni tipo di licenza acquistabile[22].

In questo paragrafo si assume che il consumatore ha a disposizione un menù di N licenze di durata diversa identificate da i, di costo K_i e valore attuale atteso, ordinato per durata crescente della licenza, dato da:

$$V_i(B_T) = E_T\ \{ \int_T^{T+\tau i} B_t e^{-(r+\lambda+h)(t-T)} dt \mid B_0 = B \} = \frac{B_T}{\sigma(\tau_i)} \tag{17}$$

dove T è il momento d'acquisto della licenza, τ_i la sua durata, $\frac{1}{\sigma(\tau_i)} = \frac{1-e^{-\delta\tau i}}{\delta}$ è il fattore reale di sconto che dipende dalla durata della licenza. La durata più breve riguarda il caso in cui il consumatore acquista al tempo T una licenza per una sola uscita fra T e $T + dt$, per cui $V_1(B_T) = B_T$[23]. D'altro canto, la durata più lunga è data da $\tau_N = \infty$ per cui $V_N(B_T)$ è pari a (11).

Il consumatore che valuta l'acquisto rispetto al beneficio B_T sceglierà la licenza che gli sembrerà preferibile al momento T. Quindi, il valore netto dell'acquisto è $\max_i [V_i(B_T) - K_i]$, per $i = 1, 2, \ldots, N$. In pratica la questione è quella di calcolare quando (T) e per che tipo di licenza (i) viene massimizzato il valore dell'opzione. Analogamente a quanto illustrato in precedenza, il problema può essere risolto mediante l'individuazione del B^*, ovvero del valore attuale dei benefici attesi che fa scattare la convenienza ad acquistare la licenza, dato un certo costo della stessa. Per B^* si avrà uguaglianza fra il valore dell'opzione ad aspettare e quello della licenza al netto del costo.

La soluzione del problema è visualizzata in Figura 1, ove si illustra il caso di tre licenze: V_1, V_2, e V_N, dove la prima consente una sola uscita, la seconda è di durata intermedia $1 < \tau_2 < \infty$ e la terza è "vita natural durante" $\tau_N = \infty$.

Poiché l'inverso del fattore reale di sconto è una funzione decrescente e convessa rispetto alla durata, cioè: $\delta'(\tau_i) < 0$ e $\delta''(\tau_i) > 0$, con $\delta(0) = \infty$ e $\delta(\infty) = \delta$, il valore netto di ciascuna licenza è una linea retta, crescente

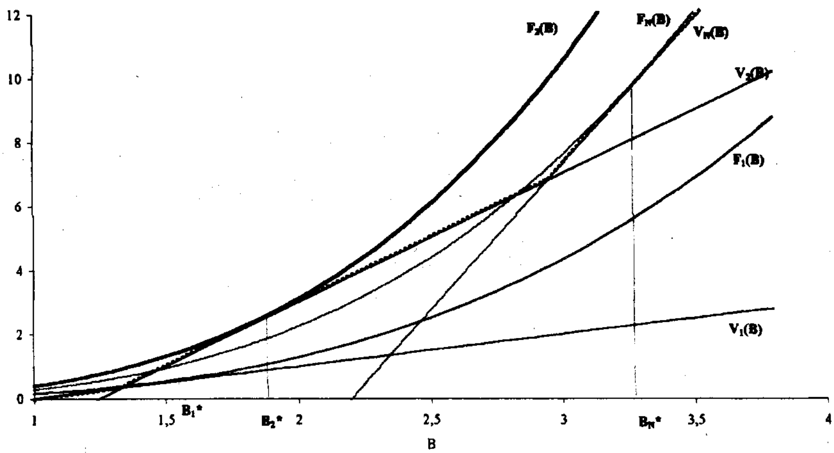
22) Dixit (1993b) evidenzia che la scelta fra progetti di investimento di diversa scala crea un extravalore di opzione ad attendere. Moretto (1999) estende questo risultato al caso dell'abbandono di un'impresa multimpianto.

23) Espandendo in serie il secondo membro della (17) si ha che $e^{-\delta\tau} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}(-\delta)^n \tau^n$. Troncando l'espansione in serie al primo ordine e ponendo τ_1=1 si ottiene

$$\frac{B}{\delta}\left\{1-(-\delta)^0 \tau_1^0 - (\delta)^1 \tau_1^1\right\} = B$$

in B, la cui pendenza aumenta all'aumentare della durata, mentre il valore maggiore fra le tre, per ciascun valore di B, determina la curva di inviluppo superiore.

Figura 1 - Il caso delle tre licenze



Diversamente dalla (4), per quanto argomentato precedentemente, il valore d'opzione dell'investimento al momento attuale può essere ricavato dalla seguente equazione:

$$F(B) = \max E_0 \left\{ \left[\max_i V_i(B_T) - K_i \right] e^{-rT} \middle| B_0 = B \right\} \qquad (18)$$

Al pari dell'equazione differenziale (6), ed assumendo la (12), la soluzione della (18) diventa abbastanza semplice. Infatti, poiché è facilmente rilevabile che l'andamento del valore di opzione rispetto a B e τ è rappresentato da un fascio di curve esponenziali, la soluzione ottima può essere identificata calcolando per ciascun τ ipotizzato la tangente fra la curva esponenziale (12) con la rispettiva linea retta che indica il valore netto della licenza $V_i(B) - K_i$, e scegliendo, tra tutte le soluzioni, quella che fornisce il valore d'opzione più elevato $F(B)$, ovvero, quella con il più elevato valore della costante A_i.

Proposizione 2
(i) Una semplice applicazione del procedimento svolto per una singola licenza mostra che:

$$A_i = \frac{(\xi-1)^{\xi-1}\left(1-e^{-\delta\tau i}\right)^{\xi} K_i^{1-\xi}}{(\delta\xi)^{\xi}} \tag{19}$$

(ii) e, la regola d'investimento è data da:

$$B_i^* = \frac{\xi}{\xi-1}\delta(\tau_i)K > 0 \tag{20}$$

Dimostrazione: immediata da proposizione 1.

Ora, scegliere il valore più elevato della costante A_i equivale a scegliere la licenza con il termine $\left(1-e^{-\delta\tau i}\right)^{\xi} K_i^{1-\xi}$ maggiore.

Ad esempio, dalla Figura 1, tale condizione si verifica per una licenza di durata intermedia $1 < \tau_2 < \infty$. Se il valore attuale del beneficio B è inferiore a B^*_2 il consumatore aspetterà fino a quando supererà B^*_2 ed allora acquisterà la licenza di durata ∞ al costo K_2.

Infatti, è facilmente rilevabile che, se è possibile acquistare una licenza di durata molto lunga (infinita) $\tau_N = \infty$, essa verrebbe scelta in seguito al superamento di una soglia di beneficio attuale minimo decisamente superiore, individuata dalla tangente fra $F_N(B)$ (curva superiore) e $V_N(B) - K_N$. In altri termini, nell'esempio numerico proposto, la licenza di durata intermedia rappresenta il miglior compromesso fra durata e costo (K, τ), e quindi, il consumatore non trova vantaggioso aspettare ed acquistare la licenza di durata più lunga, ma preferisce approfittare della possibilità offerta da una licenza di durata inferiore e di costo più contenuto. Infine, sempre dalla Figura 1, si evince che non è ottimale nemmeno la scelta della licenza giornaliera $\tau_1 = 1$. In questo caso il consumatore trova opportuno sorvolare su questa possibilità ed aspettare che il beneficio atteso cresca sufficientemente da rendere conveniente la licenza di durata intermedia.

3.1. Il trade-off fra costo e durata della licenza

Dopo aver rappresentato i meccanismi di scelta rispetto alle possibilità fornite dall'ipotetica agenzia che gestisce la fruizione, è interessante esplorare i principali fattori condizionanti l'equilibrio precedentemente individuato. A tale proposito è possibile generalizzare la massimizzazione della funzione $\left(1-e^{-\delta\tau i}\right)^{\xi} K_i^{1-\xi}$ esplorando la possibilità che l'agenzia preposta alla gestione delle licenze possa offrire possibilità di acquistare licenze di qualsiasi durata con τ continua.

Assunzione 4: La funzione inversa d'offerta dell'agenzia rispetto alla durata (costo della licenza) è data da $K = K(\tau)$ con $K' > 0$, $K'' \leq 0$, e $K(0)=K \geq 0$, $K(\infty)=\overline{K} \leq \infty$ [24] .

Scegliere la licenza che implica il più elevato valore della costante A è equivalente a risolvere il seguente problema:

$$\max_{\tau}\left(1-e^{-\delta\tau}\right)^{\xi} K^{1-\xi} \quad , \text{ soggetto a } K=K(\tau) \qquad (21)$$

Per una soluzione interna, $0 < \tau < \infty$, la condizione di prim'ordine è la seguente:

$$\frac{K'(\tau)\tau}{K(\tau)} = \frac{\xi}{\xi-1}\frac{\delta e^{\delta\tau}\tau}{1-e^{-\delta\tau}} \qquad (22)$$

e dato che $\left|\varepsilon_{\tau,K(\tau)}\right| = \frac{K(\tau)}{K'(\tau)\tau}$ e $\left|\varepsilon_{\delta,\tau(\tau)}\right| = \frac{\delta e^{\delta\tau}\tau}{1-e^{-\delta\tau}}$ può essere espressa alternativamente nel seguente modo: $\left|\varepsilon_{\tau,K(\tau)}\right|\left|\varepsilon_{\delta,\tau(\tau)}\right| = \frac{\xi-1}{\xi} > 1$ da cui si evince che la condizione necessaria è che il prodotto fra l'elasticità della funzione d'offerta e l'elasticità del fattore di sconto deve essere inferiore a uno. In altre parole, ciò significa che, al crescere del saggio di sconto la durata per la quale la condizione precedente è valida si allunga e ciò è ragionevole perché all'aumentare del tasso vengono favorite soluzioni di durata più breve e quindi intermedia ($< \infty$). Inoltre, il fatto che il prodotto delle due elasticità sia minore di uno dipende anche dall'andamento della pendenza della funzione di costo. Ipotizzando una funzione di

24) Alternativamente possiamo considerare $K(t)$ come funzione che esprime il costo che deve sostenere il consumatore per ottenere una licenza di durata t.

costo $K(\tau)$ lineare la condizione precedente si riduce a $\left|\varepsilon_{\delta,\tau(\tau)}\right| = \frac{\xi - 1}{\xi}$,
e, quindi, la licenza conveniente avrà sempre una durata intermedia. Se, invece, $K(\tau)$ è costante, allora la licenza conveniente avrà sempre durata illimitata. Se, infine, $K''(\tau) < 0$, allora dipende da come cresce $K(\tau)$ rispetto a τ; più rapidamente ci si avvicina a più pesano le condizioni di costo costante rispetto alla durata e quindi diminuisce il valore di τ per cui la soluzione ottima è intermedia. In altre parole, per il consumatore, le soluzioni intermedie sono convenienti quando il saggio di sconto è alto e l'elasticità della funzione di costo è elevata.

Dopo aver chiarito l'effetto del saggio di sconto e della funzione di costo sulla natura della soluzione ottima, si prenda ora in considerazione l'effetto dell'irreversibilità e dell'incertezza. Innanzitutto, va subito chiarito che se tali fattori non ci fossero sarebbe sufficiente che il prodotto fosse uguale a uno per avere una soluzione intermedia.

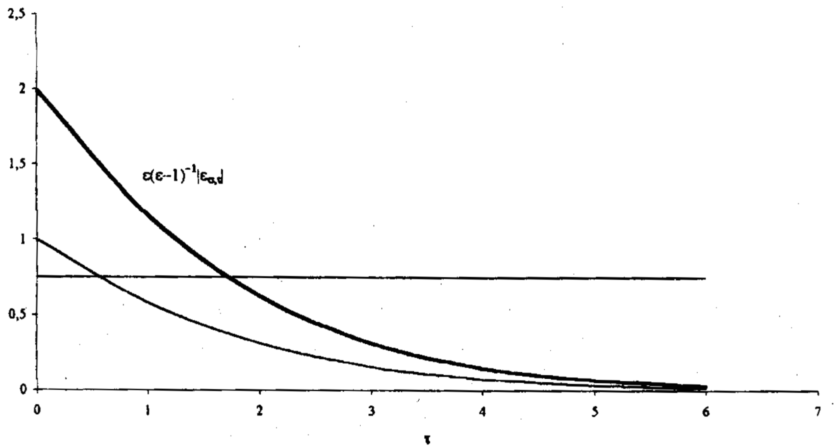
Per sottolineare il ruolo dell'irreversibilità e dell'incertezza si consideri il valore d'opzione implicito nella (22), e si assuma il caso di una funzione di offerta ad elasticità costante:

Assunzione 4bis: La funzione di offerta dell'agenzia in termini di durata rispetto al costo della licenza è data da $\tau = K^{1/a}$ con $0 < a \leq 1$.
Dalle proprietà di $\delta(\tau)$ si deriva che $\left|\varepsilon_{\delta,\tau(\tau)}\right| \rightarrow 1$ per $\tau \rightarrow 0$ e $\left|\varepsilon_{\delta,\tau(\tau)}\right| \rightarrow 0^+$ per $\tau \rightarrow +\infty$ con:

$$\frac{d\,|\,\varepsilon_{\delta(\tau),\tau}\,|}{d\tau} = \begin{cases} -\frac{1}{2}\delta & con\ \ \tau \rightarrow 0 \\ 0 & con\ \ \tau \rightarrow +\infty \end{cases}$$

le quali garantiscono che se esiste una soluzione intermedia per τ essa è unica. Ciò premesso, le implicazioni dell'irreversibilità della scelta di acquistare la licenza (costi irrecuperabili) e dell'incertezza che grava sui benefici derivanti, possono essere valutati con riferimento alla seguente Figura 2.

Figura 2 - La durata ottima della licenza con e senza incertezza



La curva inferiore sottile rappresenta l'elasticità del fattore di sconto rispetto alla durata τ, e cioè $\left|\varepsilon_{\delta,\tau(\tau)}\right|$. La retta orizzontale è l'inverso dell'elasticità della funzione dell'offerta, cioè $\dfrac{1}{\left|\xi_{\tau,K(\tau)}\right|}$ $=a$ (elasticità della funzione di costo). Infine, la curva superiore, rappresenta $\dfrac{\xi-1}{\xi}\left|\varepsilon_{\delta,\tau(\tau)}\right|$. Dalla (22) si ha che la durata ottimale in condizioni di incertezza e/o irreversibilità si realizza quando la retta interseca la curva superiore. Al contrario, se non ci fosse incertezza e/o irreversibilità, la condizione di ottimo sarebbe rappresentata dall'intersezione della retta medesima con la curva inferiore. L'elemento di distinzione è, quindi, dato dal coefficiente $\dfrac{\xi-1}{\xi} > 1$.

La prima conseguenza dell'introduzione del fattore $\dfrac{\xi-1}{\xi}$ è che la durata ottima della licenza, qualora essa non sia indeterminata, si allunga in presenza di incertezza e di irreversibilità. Infatti, al crescere del termine $\dfrac{\xi-1}{\xi}$ la funzione si sposta in alto a destra e quindi la durata ottima aumenta. Ciò può essere dovuto a varie ragioni ma la più importante è indubbiamente quella legata al fatto che aumentando la durata della licenza diminuisce anche il rischio di non conseguire i benefici attesi. In altre parole, se il consumatore decide di acquistare la licenza, questa sarà di durata tale da compensare il rischio che egli si assume.

Questa prima considerazione ha poi un'implicazione molto importante in quanto dalla (20) si ricava che all'aumentare della durata (τ) aumenta anche il beneficio soglia che fa scattare la decisione di comprare la licenza. In altri termini, il consumatore è disposto ad acquistare una licenza di durata maggiore solo in presenza di un adeguato beneficio atteso. Al crescere dell'incertezza egli tenderà a posporre la decisione dell'acquisto in attesa di un aumento del beneficio per riduzione dei rivali e/o di un aumento dello stock di risorsa.

Espandendo in serie di Taylor il fattore di sconto $\delta(\tau)$ e trascurando i termini di ordine superiore al secondo, la condizione (22) può essere risolta per la durata ottima τ nel seguente modo:

$$\tau = \frac{2}{\delta}\left(\frac{1-a}{a}\right) + \frac{2}{\delta a}\left(\frac{\xi}{\xi-1} - 1\right) > 0 \tag{23}$$

Il primo termine del secondo membro rappresenta la durata ottimale in condizioni di certezza e/o reversibilità, il secondo termine, invece, incorpora il valore dell'opzione a posporre l'acquisto[25]. Sostituendo l'approssimazione lineare di $\delta(\tau)$ nella (20) si ottiene:

$$B^* = \frac{\xi}{\xi-1}\left(\frac{\delta}{2} + \frac{1}{\tau}\right)\tau^a \tag{24}$$

E' facilmente osservabile, dalla (23), che la durata ottima decresce al crescere di a, cioè $\frac{\delta\tau}{d\sigma^2_B} < 0$, che conferma che, aumentando l'elasticità della funzione di costo decresce la durata ottimale. Ancora, si conferma che un aumento dell'incertezza relativa ai benefici futuri comporta un allungamento della durata ottimale, cioè $\frac{\delta\tau}{d\sigma^2_B} > 0$.

25) Da notare che una durata ottimale può esistere anche in presenza di una funzione di offerta concava (elasticità inferiore all'unità o elasticità della funzione inversa di offerta maggiore all'unità ($a > 1$), cosa che non sarebbe mai possibile in condizione di certezza o reversibilità. Se poi il punto di ottimo non è interno al grafico, allora la situazione ottima non è intermedia ma il consumatore acquisterà una licenza di durata limite: la minima o la massima, a seconda del rispettivo valore di opzione.

Infine, un aumento del saggio di sconto comporta una riduzione della durata ottimale, cioè $\frac{d\tau}{d\delta} < 0$. L'effetto del tasso di sconto merita un approfondimento. Esso è dato infatti da $\delta = r + \lambda + h - \mu_B$ e, quindi, all'aumentare del tasso di crescita dei benefici attesi μ_B il tasso di sconto diminuisce, aumentando così la durata ottimale. Infatti, con previsioni positive circa la crescita dello stock di risorsa e negative rispetto all'andamento del numero di rivali, il consumatore tenderà ad acquistare licenze di durata maggiore.

Un aumento della probabilità λ di una variazione improvvisa dello stock di risorsa presenta, invece, un effetto ambiguo sulla durata ottimale. In primo luogo aumenta il fattore di sconto δ, con gli effetti che sono stati già illustrati; inoltre λ influisce sul valore d'opzione $\frac{\xi - 1}{\xi}$ in modo dipendente dal segno della variazione ϕ, in quanto esso agisce sia sul tasso atteso di incremento di B sia sulla sua varianza (31).

Se ϕ è positivo, si realizza un aumento di μ_B a $\mu_B + \lambda\phi$ (saggio di incremento di B), sia un incremento della varianza da σ^2_B a $(\sigma^2_B + \lambda\phi^2)$ che comporta un aumento di $\frac{\xi - 1}{\xi}$. Quindi, l'effetto combinato dipende dalla prevalenza dell'effetto "tasso", che riduce la durata della licenza, o dell'effetto "stock crescente" che, al contrario, la allunga.

Se, invece, ϕ è negativo, a fronte di un aumento di incertezza che fa aumentare σ, si ha una diminuzione di μ_B. l'effetto complessivo è negativo, con una riduzione di $\frac{\xi - 1}{\xi}$ che, combinata con l'aumento di δ, diminuirà la durata ottimale della licenza, al pari di una qualsiasi previsione negativa sull'andamento sullo stock di risorsa.

4. Conclusioni

In questo lavoro è stato costruito un modello per rappresentare il comportamento di un consumatore di fronte all'acquisto di una licenza per l'uso ricreativo di una risorsa naturale. Il modello è stato sviluppato a partire dall'assunto che l'opportunità di acquistare una licenza è assimilabile ad una *call option* dato che l'incertezza sui benefici futuri e l'irreversibilità della spesa fanno emergere un beneficio ad attendere nell'acquisto. Tale approccio ha comportato lo sviluppo di un modello per la determinazione del valore della licenza, del suo valore di opzione e di una regola per individuare le condizioni dell'acquisto. I modelli sono stati sviluppati a partire dai principali fattori condizionanti l'utilità percepita con l'attività ricreativa e cioè lo stock di risorsa, il numero dei rivali e gli interventi di rimpinguamento e/o depauperamento dello stock. Particolare attenzione è stata dedicata alla modellazione dell'incertezza che pervade profondamente le attività che attingono a risorse biologiche. Mediante tale modello sono state poi eseguite alcune simulazioni per verificarne la coerenza e per valutare l'effetto dei principali fattori caratterizzanti l'attività ricreativa sulle scelte del consumatore. Il primo risultato riguarda l'effetto dell'incertezza. Essa, com'è noto, deriva da varie fonti: scarsa conoscenza degli stock e loro variazioni casuali ed improvvise, difficoltà a prevedere la consistenza dei rivali; essa agisce sempre come deterrente all'acquisto della licenza. Infatti, in condizioni di incertezza aumenta il valore dell'opzione ed il consumatore preferisce attendere in modo tale da acquisire ulteriori informazioni rispetto alle quali ottimizzare le sue scelte. Quindi, in linea generale, una prima leva a disposizione di un'ipotetica agenzia deputata alla gestione dell'attività ricreativa per regolare l'acquisto delle licenze è costituita dalla qualità delle informazioni da mettere in circolazione. Da questo discende che anche gli interventi di "programmazione" delle condizioni future, riducendo l'incertezza, possono accelerare l'acquisto[26]. Un ulteriore fattore di ritardo nell'acquisto della licenza è il grado di irreversibilità della decisione, dato che la licenza, una volta acquistata, non può essere ceduta.

L'ammontare del tasso di sconto δ ha implicazioni analoghe a quelle evidenziate per l'incertezza. Ciò deriva dall'assunzione che l'esborso K è sostenuto dal momento dell'avvio dell'attività ricreativa che coincide, per semplicità, con l'acquisto della licenza. Quindi, un incremento del tasso δ implica una maggiore riduzione nel valore attuale di tale costo e quindi l'opzione d'acquisto dovrebbe essere esercitata più tardi.

Una successiva serie di simulazioni ha poi permesso di evidenziare l'effetto prodotto dalla durata della licenza. Ipotizzando la possibilità di

26) Interessante, a questo proposito, è la possibilità di istituire un numero massimo di fruitori contemporaneamente presenti, come pure la possibilità di rendere trasparente l'attività di rimpinguamento e/o di lotta alla fruizione abusiva.

acquistare licenze di durata diversa, sono state approfondite le condizioni che influiscono sulla dimensione temporale. In primo luogo, si è evidenziato che, al crescere del saggio di sconto, non vengono sempre favorite soluzioni di durata più breve, come ci si attenderebbe rispetto al criterio del valore attuale netto. Questo è dovuto al fatto che le varie componenti di δ non agiscono in modo univoco. Esse, infatti, essendo condizionate dalla probabilità λ di avere shock ϕ episodici nello stock e dalla varianza dei benefici possono produrre effetti contrari a quelli attesi.

La durata, inoltre, dipende anche dall'elasticità della funzione di costo: al crescere dell'elasticità diminuisce la durata ottimale. Questo evidenzia una seconda possibilità di intervento dell'agenzia: essa, infatti, modulando la funzione di costo rispetto alla durata, può condizionare direttamente la scelta dei consumatori. Infine, irreversibilità ed incertezza allungano la durata ottima della licenza in quanto con durate maggiori si riduce l'effetto della variabilità dei benefici futuri.

In conclusione, il presente lavoro ha messo in evidenza che qualsiasi politica di gestione delle attività ricreative mediante licenza deve tener conto del fatto che l'incertezza dei benefici e l'irreversibilità della spesa generano un costo opportunità, legato al valore d'opzione, per il quale il consumatore può assumere comportamenti assai diversi da quelli che attuerebbe se considerasse solo il valore attuale dei benefici.

Appendice

In primo luogo, dal teorema di Fubini e dalla (10), è possibile portare il fattore $E_T(.)$ dentro l'integrale, così da ottenere, per semplice integrazione (Harrison, 1985, p. 44):

$$V(B_T) = E_T\left\{\int_T^{\infty} B_t e^{-(r+\lambda+h)(t-T)}dt \mid B_0 = B\right\} = \frac{B_T}{\delta} \qquad (25)$$

dove $\delta = r + \lambda + h - \mu_B$. Per conferire un senso concreto al modello è necessario assumere che $r - \mu_B > 0$, altrimenti la massimizzazione sarebbe indefinita in quanto verrebbe scelto un momento T sempre più grande. Da notare che $r - \mu_B > 0$ implica anche $\delta > 0$. In secondo luogo, assumendo

$r - \mu_B > 0$ il valore d'opzione può essere stimato massimizzando $maxE_0\left[\left(V\left(B_T\right) - K\right)e^{-rT} \middle| B_0 = B\right]$ che consente di ridurre l'equazione differenziale (6) nella:

$$\frac{1}{2}\ \sigma^2{}_B B^2 F''(B) + \mu_B F'(B) - (r+\lambda)F(B) + \lambda F((1+\phi\alpha)B) = 0 \qquad (26)$$

Inoltre, *F(B)* deve soddisfare le condizioni di contorno (7), (8) e (9), appositamente semplificate.

$$\lim_{B \to 0} F(B) = 0 \qquad (27)$$

$$F(B^*) = V(B^*) - K \qquad (28)$$

$$F'(B^*) = V'(B^*) \qquad (29)$$

A questo punto è possibile verificare che la soluzione della (26) può essere espressa da una funzione convessa e crescente di *B* come la seguente:

$$F(B) = AB^{\xi} \qquad \text{per} \quad \chi \in (0, B^*) \qquad (30)$$

I parametri *A* e ξ, insieme con il valore critico *B** sono ricavabili dalle precedenti condizioni di contorno. In particolare, sostituendo (30) nell'equazione (26), è possibile evidenziare che ξ è una delle radici della seguente espressione non lineare:

$$\Phi(\xi) \equiv \frac{1}{2}\ \sigma^2{}_B \xi(\xi - 1) + \mu_B \xi - (r+\lambda) + \lambda(1+\phi\alpha)^{\xi} = 0 \qquad (31)$$

Dalla condizione (27) è noto che ξ deve essere positivo e dalla (29) che deve essere maggiore di uno. La soluzione ξ può essere rappresentata, più intuitivamente, riscrivendo la (31) come $\Phi(\xi) = \Phi_1(\xi) + \Phi_2(\xi)$, con $\Phi_1(\xi) \equiv \frac{1}{2}\sigma_B^2 \xi(\xi - 1) + \mu_B \xi - r$ e $\Phi_2(\xi) \equiv +\lambda) + \lambda(1+\phi\alpha)^{\xi}$ e disegnando le due funzioni come riportato nelle Figure A1 e A2, rispettivamente con $\phi > 0$ e $\phi < 0$.

Figura A1 - Soluzione per ξ con $\phi > 0$

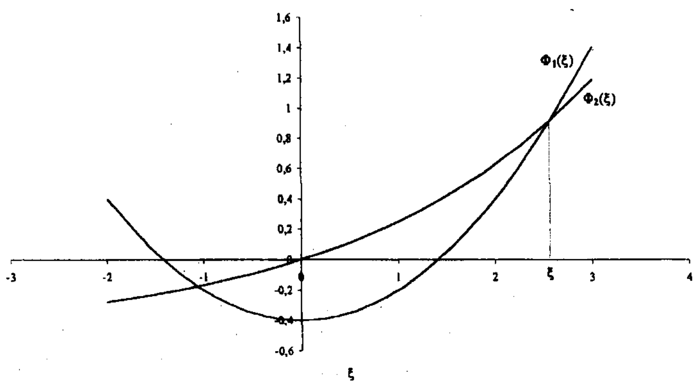
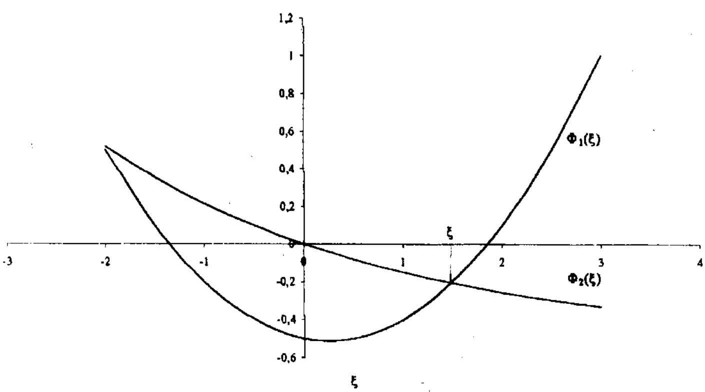


Figura A2 - Soluzione per ξ con $\phi < 0$ e $|\lambda\phi\alpha| < |\mu_B - r|$



Si noti che, se $\Phi_1(0) = -r < 0$, $\Phi_1(1) = \mu_B - r < 0$, $\Phi_2(0) = 0$ e $\Phi_2(1) = -\lambda\phi\alpha$ la soluzione della (31) è individuata dall'intersezione di queste due curve per $\xi > 1$[27].

Inoltre, poiché la (30) rappresenta il valore dell'opzione di acquistare nel momento ottimo la licenza, la costante A deve essere positiva e la soluzione è valida nell'intervallo di B all'interno del quale è preferibile ritenere l'opzione e non effettuare l'acquisto $(0, B^*)$.

27) Per garantire $\xi > 1$ nel caso $\phi < 0$, è stato assunto che $|\phi\alpha\lambda| < |\mu_B - r|$.

Sostituendo (30) nella (28) e (29), si ottiene:

$$B^* = \frac{\xi}{\xi - 1}\delta K > 0 \tag{32}$$

$$A^* = \frac{(\xi - 1)^{\xi-1} K^{1-\xi}}{(\delta\xi)^{\xi}} > 0 \tag{33}$$

come riportato nel paragrafo e questo completa la dimostrazione.

BIBLIOGRAFIA

ANDERSON, L.G. (1985), "Potential Economic Benefits from Gear Restrictions and Licence limitation in fisheries Regulation", *Land Economics*, 61(4), 409-418.

ARNASON, R. (1990), "Minimum Information Management in Fisheries", *Canadian Journal of Economics*, 23, 630-653.

CAMPBELL, H.F. and R.K. LINDER (1990), "The Production of Fishing Effort and The Economic Performance of Licence Limitation Programs", *Land Economics*, 66(1), 56-66.

CLARK, C.W. (1990), *Mathematical Bioeconomics (2nd edn.)*, Chichester: Wiley Interscience.

COX, D.R. and H.D. MILLER (1965), *The Theory of Stochastic Process*, London: Chapman and Hall.

DIXIT, A., (1992), Investment and Hysteresis", *Journal of Economic Perspectives*, 6, 107-132.

DIXIT, A., (1993a), *The Art of Smooth Pasting*, Chur, CH: Harwood Academic Publishers.

DIXIT, A., (1993b), "Choosing Among Alternative Discrete Investment Projects under Uncertainty", *Economic Letters*, 41, 265-268.

DIXIT, A. and R.S. Pindyck, (1994), *Investment under Uncertainty*, Princeton (NJ): Princeton University Press.

DOSI, C. and M. MORETTO, (1996a), "Toward Green Technologies: Switching Rules and Environmental Policies", *International Review of Economics and Business*, 43, 13-30.

DOSI, C. and M. MORETTO, (1996b), "Environmental Innovation and Public Subsidies under Asymmetry of Information and Network Externalities". Nota di Lavoro n. 84.96, Fondazione ENI - Enrico Mattei, Milano.

DOSI, C. and M. MORETTO, (1997), "Pollution Accumulation and Firm Incentives to Promote Irreversible Technological Change under Uncertain Private Benefits", *Environmental and Resource Economics*, 10, 285-300.

DOSI, C. and M. MORETTO, (1998), "Auctioning Green Investment Grants as a Means of Accelerating Environmental Innovation", *Revue d'Economie Industrielle*, 83, 99-110.

HARRISON, J.M. (1985), *Brownian Motion and Stochastic Flow Systems*, New

York: John Wiley & Sons.

HE, H., and R.S. PINDYCK, (1992), "Investment in Flexible Production Capacity", *Journal of Economic Dynamic and Control*, 16, 575-599.

KARPOFF, J.M., (1989), "Characteristics of Limited Entry Fisheries and the Option Component of Entry Licences", *Land Economics*, 65 (4), 386-393.

MORETTO M., (1999), "Optimal Capacity Adjustment by a Multiplant Firm", Nota di Lavoro n. 28.99, Fondazione ENI – Enrico Mattei, Milano.

PEARCE D.W., and TURNER R.K., (1990), *Economics of Natural Resources and The Environment*, New York: Harvester Wheatsheaf.

PINDYCK, R.S., (1991), "Irreversibility, Uncertainty and Investment", *Journal of Economic Literature*, 29, 1110-1152.

SCHEAFER, M.B., (1954), "Some Aspects of the Dynamics of Populations Important to the Management of Commercial Marine Fisheries", *Bulletin of the Inter-American Tropical Tuna Commission*, **1**, 25-56.