

Un possibile approccio al problema dell'utilizzazione di acqua irrigua in condizioni di scarsità

Mario Dini*, Benedetto Rocchi**, Gianluca Stefani***

1. Alcune considerazioni introduttive.

Nell'ultima decennio il problema della gestione delle risorse idriche ha assunta un'importanza sempre crescente nel nostro Paese. L'acqua, i cui consumi sono in continua crescita per una molteplicità di usi, sia civili che produttivi, sta assumendo sempre più le caratteristiche di un bene scarso e di conseguenza preziosa. A ciò vanno aggiunti i rischi di deterioramento qualitativo di molte delle riserve naturali ad opera di agenti inquinanti sempre più numerosi e diffusi sul territorio, nonché un quadro climatico che si è discostato ultimamente dalle serie storiche precedenti, nel senso di un accentuarsi delle situazioni di siccità.

Quest'ultima problematica è particolarmente vera per il meridione d'Italia dove, in alcune zone, negli ultimi anni, si è rilevata una continua tendenza alla diminuzione delle piogge. Una siccità quasi persistente, oltre ai danni provocati nelle singole stagioni, ha anche causato il progressivo assottigliarsi delle riserve raccolte negli invasi, ponendo le premesse di una persistente instabilità dell'approvvigionamento idrico per gli anni a venire.

È evidente che tale situazione non può non colpire pesantemente l'agricoltura meridionale che, soprattutto nelle sue espressioni più avanzate, è strettamente dipendente dalla disponibilità di acqua ai fini irrigui. Un documento di lavoro curato dalla Confagricoltura

* Prof. ordinario di estimo rurale e Contabile presso il Dipartimento Economico Estimativo Agrario e Forestale dell'Università di Firenze

** Dottorando in Economia e Pianificazione Forestale

*** Dottorando in Economia e Politica agraria.

Il presente lavoro è frutto di attività di studio in comune. Tuttavia la sua stesura è stata curata da M. Dini per i paragrafi 1 e 7, da B. Rocchi per i paragrafi 2 e 5 e da G. Stefani per i paragrafi 3, 4 e 6. L'appendice è stata scritta congiuntamente.

nella primavera del 1989¹ individua i maggiori rischi in questo senso per le seguenti aree: Campidano in Sardegna, Capitanata ed arco ionico-metapontino nell'area appulo-lucana, il crotonese in Calabria e parte dei territori sud-occidentali in Sicilia.

Il problema che sempre più spesso si porrà nei comprensori irrigui sarà dunque quello di allocare quantità d'acqua scarse tra le colture. È evidente che tale situazione porterà necessariamente profonde modificazioni sia nel modo di gestire le risorse disponibili, con una sempre crescente attenzione volta ad evitare gli sprechi, sia nella scelta delle colture e delle varietà da adottare, in vista di un maggiore adattamento del comportamento delle piante a condizioni idriche sub-ottimali.

Già in questi primi anni di emergenza gli organi preposti alla gestione delle risorse idriche e gli stessi agricoltori si sono trovati a dover decidere come utilizzare la poca acqua disponibile. La decisione da prendere può configurarsi come tipicamente di breve periodo; di più, poiché in genere l'emergenza idrica si verifica quando i cicli colturali sono ormai avviati, è possibile postulare la fissità di tutti i fattori produttivi, esclusa l'acqua, senza che questo allontani l'analisi da un sufficiente realismo. In altri termini appare interessante ricercare la soluzione del problema tramite lo studio della funzione di produzione dell'acqua.

Primo passo indispensabile in tale direzione è una breve rassegna di quanto ci dica la letteratura scientifica sulla funzione di produzione fisica dell'acqua. Come vedremo la conoscenza del suo andamento, mentre è piuttosto documentata per i tratti della curva che si approssimano alla dose ottima, la cui individuazione è il fine ultimo della ricerca agronomica, è invece molto più incerta in prossimità del punto di appassimento, dove la disponibilità di acqua per la pianta si avvicina allo zero.

Fatte comunque alcune ragionevoli ipotesi sulla funzione nel suo complesso, sarà possibile affrontare l'allocazione di acqua irrigua scarsa, impostando però il problema come minimizzazione del danno subito dall'imprenditore rispetto a condizioni ottimali di approvvigionamento idrico. Tale scelta è sempre sulla linea di accentuare al massimo il realismo dell'analisi: in condizioni di emergenza è il danno la variabile economica chiave e la stima dei danni è procedura che si rende senz'altro necessaria. Una funzione di danno, inoltre, ha sempre una solida base empirica, come vedremo più oltre studiando il

¹ Confragricoltura, *Dossier sull'emergenza idrica nelle regioni centro-meridionali*, dattiloscritto 1989.

caso degli arboreti.

Se, impostato così il problema, la soluzione di esso nel caso della scelta tra colture a ciclo annuale è, tutto sommato, abbastanza lineare, ciò non è altrettanto vero quando si considerino le colture poliennali. Infatti, in questo caso, sorge il problema di valutare non solo la produzione prevista per l'anno in corso ma, in qualche modo, la compromissione delle produzioni future. Ma allora sorge una discontinuità nella funzione di produzione dovuta alla disomogeneità tra produzione annuale e capitale soprassuolo. Una delle possibili vie di uscita, verso la quale ci siamo rivolti, prende spunto da un aspetto della trattazione sraffiana della teoria della produzione.

2. La produttività fisica dell'acqua.

Gli effetti della disponibilità d'acqua sulla vita della pianta sono molteplici essendo essa capace di influenzare la nutrizione l'entità ed il tipo di accrescimento, i risultati produttivi non solo in termini quantitativi ma anche qualitativi. Gli studi che in questa sede ci interessano maggiormente sono quelli volti a specificare il seguente tipo di funzione generale

$$P=f(Q;c,v,a,p)$$

dove P è la produzione, Q è la quantità d'acqua, c,v,a,p sono rispettivamente il clima, il patrimonio genetico vegetale, le tecniche colturali e le caratteristiche pedologiche che si suppongono dati.

Il rapporto acqua-pianta può essere studiato secondo due modalità principali: 1) individuazione di curve di regressione, basate su osservazioni sperimentali tra gli apporti idrici alla coltura e la sua risposta produttiva; 2) individuazione delle relazioni esistenti tra indici che esprimono l'effettiva disponibilità di acqua o i consumi idrici della pianta e la sua risposta produttiva.

1) Molto numerosi sono stati e sono tutt'ora gli studi che seguono la prima modalità per² la sua evidente utilità ai fini pratici. Per ogni caratteristica situazione agro-ecologica vengono effettuate prove di risposta a successive dosi d'acqua, sufficientemente numerose per stimare la funzione³ e per conoscere la probabilità che una certa ri-

² Cfr. F. Ravelli, *Disponibilità idriche delle funzioni di produzione*, in *Avv La valutazione economica dell'impiego irriguo dell'acqua*, Bologna 1976, p. 294.

³ Le funzioni più interessanti ai nostri fini sono quelle del tipo di Cobb-Douglas:

$$y=a(b+x)^c$$

sposta produttiva ha di verificarsi. Le curve individuate presentano generalmente un andamento del tipo di quello indicato in figura 1⁴ dove sulle ascisse sono rappresentati i volumi d'acqua a disposizione della pianta (V_0 sono gli apporti naturali, V_{irr} sono gli apporti dell'irrigazione), mentre sulle ordinate vengono riportate le produzioni (Y_0 sono le produzioni che si verificano in assenza di irrigazione, Y_{max} è la massima produzione ottenibile in quella data situazione agro-ecologica). La produttività marginale delle successive dosi di acqua è in genere decrescente. Il tratto di curva più chiaro indica il probabile andamento delle produzioni in assenza di apporti idrici naturali, caso che può verificarsi in zone particolarmente aride ed in condizioni di siccità molto spinta.

Le principali critiche che vengono fatte a questo tipo di rappresentazione della produttività dell'acqua sono di due ordini: il volume stagionale di acqua disponibile è certamente fattore influente sulla produzione ma altrettanto importanti sono i tempi e le modalità di distribuzione di tale disponibilità lungo il ciclo produttivo; non vengono evidenziati i meccanismi fisiologici che regolano il rapporto acqua-terreno-pianta.

2) Proprio per venire incontro a quest'ultima esigenza si sono sviluppati gli studi relativi alla seconda impostazione. Oltre all'individuazione di curve che mettano in relazione parametri fisici in grado di esprimere le condizioni dell'acqua⁵ come il potenziale idrico del terreno o dei tessuti vegetali) e le produzioni, di particolare interesse per il nostro studio sono le relazioni individuate tra stress idrico e calo di produzione. Secondo il metodo proposto dalla FAO⁶ è valida la seguente relazione:

$$[1-(Y_e/Y_m)]=K_y[1-(E_{Te}/E_{Tm})]$$

dove E_{Tm} e Y_m sono l'evapotraspirazione e la resa massima per una data coltura in un determinato ambiente agro-ecologico, E_{Te} ed Y_e sono l'evapotraspirazione e la produzione che effettivamente si verificano. La relazione che lega evapotraspirazione e produzione è

dove b esprime gli apporti idrici estranei all'irrigazione e c esprime l'elasticità di produzione del fattore acqua; oppure del tipo di Mitscherlich

$$y=A[1-10^{-c(b+x)}]10^{-k(b+x)}\exp^2$$

dove A , b , c e K sono parametri di tipo agronomico

⁴ Cfr. L. Giardini, *Agronomia generale*, Bologna, 1982.

⁵ Cfr. F. Ravelli, *Disponibilità...*, op. cit., p. 251-271.

⁶ J. Doorenbos A. Kassam, *Yield response to water*, Roma 1979, p. 1.

lineare almeno fino a deficit del 50%⁷. L'equazione è basata sull'assunto che, in assenza di altre limitazioni, il massimo accrescimento (max sostanza secca prodotta) si consegue rendendo massima l'evapotraspirazione⁸. Il coefficiente colturale k_y oltre che variare tra le colture, permettendo di dividerle tra più o meno adattabili allo stress idrico, a seconda che k_y sia minore o maggiore di 1, varia anche nelle varie fasi del ciclo produttivo. In figura 2 sono riportati i grafici delle relazioni stress idrico-calò produttivo per l'intero ciclo produttivo di quattro gruppi di colture (fig. 2a) e per quattro diversi momenti del ciclo di una coltura (fig. 2b).

Infine alcuni studi sono stati volti alla costruzione di complessi modelli di simulazione del sistema acqua-pianta-ambiente, capaci di tenere simultaneamente conto di tutte le variabili in gioco, anche a livello di ampi comprensori⁹.

Possiamo dunque sintetizzare alcune caratteristiche della funzione di produzione fisica dell'acqua:

- la relazione tra consumo idrico della pianta ed entità delle produzioni è di tipo sostanzialmente lineare;
- la produttività marginale dell'acqua distribuita con l'irrigazione è generalmente decrescente a causa dell'azione dell'intermediario "terreno" che si interpone tra la pianta e l'acqua; in casi di estrema siccità, tuttavia, in vicinanza del punto di appassimento, la produttività marginale delle prime dosi di acqua può risultare crescente;
- l'effetto dell'acqua sulla produttività della coltura è fortemente variabile nel tempo in relazione allo stadio fisiologico della pianta.

È necessario ancora sottolineare come gli studi relativi alla fun-

⁷ La non linearità delle curve di regressione acqua somministrata-produzione si spiega con il fatto che l'assunzione di acqua dal suolo da parte della pianta dipende, oltre che dalle sue capacità intrinseche di assorbimento, anche dal potenziale dell'acqua nel terreno il quale varia non linearmente al variare dell'umidità del terreno stesso, come dimostrano le curve di ritenzione idrica riportate da L. Giardini, *Agronomia...*, op. cit. p. 245-249.

⁸ Poiché tuttavia non sempre identico è l'obiettivo che si persegue (ad esempio una ottimale disponibilità idrica abbassa il titolo in saccarosio della barbabietola) è stato introdotto anche il concetto di evapotraspirazione massima agronomica ET_m che deve essere minore o uguale di ET_m cioè il consumo idrico che consente il miglior risultato tecnico della coltura. Cfr. L. Giardini, *Agronomia...*, op. cit. p. 284-293.

⁹ Cfr. F. Ravelli, *Disponibilità...*, op. cit., p. 284-293.

zione di produzione fisica dell'acqua irrigua gettano luce principalmente sul suo andamento in prossimità dei valori ottimali di disponibilità idriche per la pianta, come d'altronde è logico. Più difficile è invece rintracciare informazioni esaurienti sugli effetti dell'acqua in prossimità del punto di appassimento. Questo è ancora più vero per le colture e per le varietà di esse che vengono introdotte nei comprensori irrigui, selezionate per sfruttare al meglio una situazione che si prevede ottimale da un punto di vista di consumi idrici.

È inoltre opportuno fare alcune considerazioni sulle differenze esistenti tra specie e specie, ed in particolar modo tra colture erbacee e colture arboree, nel loro comportamento in presenza di deficit idrici che elevino significativamente il potenziale dell'acqua nel terreno. Il "coefficiente di appassimento permanente" è quella soglia di umidità del terreno che porta il potenziale dell'acqua ad un livello tale che "la forza succhiante dei vegetali non riesce più a vincere la tensione dell'acqua nel terreno, l'assorbimento cessa e le piante muoiono"¹⁰. Esso varia per ogni tipo di terreno, al variare della tessitura e del tipo di struttura, e per ogni pianta. Tuttavia, in uno stesso terreno, il coefficiente di appassimento delle piante coltivate varia entro limiti molto ristretti, tanto che, ai fini agronomici, può essere considerato come una costante per le varie colture¹¹. Esistono ovviamente eccezioni, rappresentate da piante xerofite o alofite, che tuttavia, come già detto più sopra, rientrano difficilmente tra le colture introdotte nei comprensori irrigui.

Differenze tra le varie colture nella loro resistenza a deficit idrici molto spinti sono invece imputabili alla ampiezza del loro apparato radicale. In questo senso le colture arboree si differenziano generalmente da quelle erbacee per la capacità di indagare con le loro radici un più profondo strato di terreno, sfruttando perciò meglio le sue riserve idriche.

Un'ultima considerazione deve essere fatta in merito alle coltivazioni arboree. Gran parte degli studi ai quali abbiamo fatto riferimento si interessano degli effetti dell'acqua sulle produzioni del singolo ciclo produttivo. Tuttavia è indubbio che stress idrici particolarmente prolungati e di notevole entità, oppure verificantisi in particolari momenti fisiologici, possono estendere il loro effetto sulle stagioni produttive successive: ad esempio una carenza idrica che provochi una precoce caduta delle foglie nella vite e l'emissione in autunno di nuove foglie che non giungono a completo sviluppo, in-

¹⁰ Cfr. L. Giardini, *Agronomia...*, op. cit. p. 247.

¹¹ Cfr. *Ibidem*

fluenza negativamente la qualità della produzione dell'anno successivo¹². Più in generale l'avvicinarsi ed il permanere del potenziale idrico del terreno a quello corrispondente al coefficiente di appassimento provoca effetti probabilmente crescenti sulla produzione delle annate successive: negli agrumi ad esempio *"la croissance de l'arbre s'interrompt puis les fruits et les feuilles sont touchés, ensuite les rameaux, les branches et finalement l'arbre tout entier"*¹³.

3. La funzione di produzione dell'acqua in alcuni studi economici.

La necessità di tener conto della variazione nel tempo della produttività dell'acqua all'interno dello stesso ciclo colturale risulta evidente anche in alcuni studi di carattere economico. Una stima della funzione di produzione dell'acqua nella coltura del grano viene attuata da Vinci¹⁴ prendendo come base una funzione fisica di produzione del seguente tipo:

$$y = a[1 - (1 - x_1)^2]^{b_1} [1 - (1 - x_2)^2]^{b_2} \dots [1 - (1 - x_n)^2]^{b_n}$$

dove x_1 = evapotraspirazione relativa¹⁵ nel periodo j , a e b_n = costanti specifiche della coltura. La funzione di produzione viene derivata rendendo massimo y per diverse disponibilità d'acqua, supponendo l'assenza di sprechi e la possibilità di suddividere a piacere l'acqua disponibile tra gli n periodi¹⁶. Soprattutto questa ultima ipotesi limita fortemente il realismo della funzione proposta qualora ci si allontani dalle condizioni ottimali nella pratica irrigua. Diverso senso l'approccio di Guariso e Laniado¹⁷ che, al fine di sti-

¹² J. Doorenbos A. Kassam, *Yield...*, op. cit., p. 118.

¹³ Cfr. *Ibidem*

¹⁴ S. Vinci, *La costruzione della curva di domanda di acqua a livello aziendale*, in AA.VV. *La valutazione economica dell'impiego irriguo dell'acqua*, Bologna 1976, p. 313.

¹⁵ $ET_r = ET_e / ET_p$ = evapotraspirazione potenziale.

¹⁶ Il problema è risolto rendendo uguale la produttività marginale dell'acqua nei due periodi. In realtà appare dubbio, per quanto detto in precedenza sulla funzione di produzione fisica, poter correlare linearmente apporti idrici ed evapotraspirazione della pianta, anche senza sprechi in fase di somministrazione.

¹⁷ G. Guariso E. Laniado, *Conseguenze economiche dei deficit irrigui: uno*

mare il danno di deficit irrigui a livello comprensoriale basandosi su un modello di accrescimento analogo, mettono in relazione il mancato raccolto con lo scostamento dai volumi irrigui ottimali nei vari periodi colturali; definito il rendimento irriguo nel periodo j

$$h_j(u_j) = g_j(u_j) / g_j(u_{ottj})$$

dove $g_j(u_j)$ è il coefficiente di crescita funzione della fornitura irrigua u_j nel periodo e u_{ottj} , è la fornitura irrigua ottimale dello stesso periodo; il mancato raccolto è dato da

$$D(u_1, u_2 \dots u_n) = 1 - [Ph_1(u_1)h_2(u_2) \dots h_n(u_n)]$$

Oltre ad approcci come questi, di tipo quasi-dinamico, sono stati messi a punto procedimenti di programmazione dinamica delle strategie irrigue in grado di ottimizzarle ai fini del conseguimento degli obiettivi dell'imprenditore, tenendo in considerazione tutte le interazioni tra variabili atmosferiche, del suolo e delle colture che concorrono a determinare stress idrici e conseguenti cali di produzione nella loro successione temporale. Strumenti in grado di considerare dinamicamente la produttività dell'acqua sono anche i modelli di simulazione che, pur non consentendo scelte ottimizzanti, presentano il vantaggio di una maggiore elasticità di uso in situazioni diverse e di un minor numero di dati necessari¹⁸; Santaniello e Scandizzo¹⁹ nell'impostare la stima della domanda di acqua irrigua di una azienda, prendono in considerazione una funzione di produzione "netta" dell'acqua, costituita dall'involuppo delle funzioni di produzione delle varie colture o gruppi di colture realizzabili con disponibilità crescenti di acqua irrigua; tale produzione viene definita al netto del costo di tutti i fattori produttivi tranne la terra e l'acqua rendendo perciò il contenuto economico della funzione non perfettamente assimilabile a quello delle classiche funzioni di produzione.

studio sul comprensorio del Ticino sublacuale, REA n. 4, 1984.

¹⁸ Una rassegna di studi e contributi nel campo delle metodologie di analisi economica dell'uso irriguo dell'acqua in Bosch, D. J., Eidam, V. R., Dothuizen, L. K., *A review of methods for evaluation the economic efficiency of irrigation*, Agricultural Water Management, 12, 1967.

¹⁹ V. Santaniello, P. L. Scandizzo, *Stima di una domanda di acqua irrigua in condizioni di incertezza*, in REA, n. 4, 1982.

4. Il caso di scelta tra più colture erbacee.

La risoluzione del problema di ottima allocazione di un fattore in condizioni di imprevista scarsità può, almeno in via teorica, essere risolto con la costruzione di una funzione di danno per ciascuna delle colture interessate alla scelta. Questo rende possibile lo studio del problema di minimizzazione del danno in termini formali.

Sulla base delle considerazioni precedentemente svolte sulle funzioni di produzione fisiche dell'acqua e sul modo in cui recentemente il problema è stato affrontato a livello aziendale e di bacino irriguo, si è ritenuto opportuno procedere alla definizione di una funzione di danno che leghi il deficit irriguo alla riduzione delle rese ad ettaro delle colture. Limitandoci per ora alle sole colture annuali, possiamo, definire questo danno come la differenza tra il reddito della coltura in condizioni ottimali di irrigazione e il reddito effettivamente ottenuto²⁰: a questo scopo considereremo solamente inputs di acqua irrigua inferiori o uguali a quelli ottimali. Si ricorda inoltre che la natura temporale dei bisogni idrici delle colture ci costringe, per poter usare le funzioni di produzione, a delimitare il campo d'indagine ad un solo periodo critico di crescita che sia temporalmente coincidente per tutte le colture interessate dall'analisi. In termini più formali possiamo definire il danno per ettaro interessante la coltura A come:

$$D_a = (Q_a \cdot P_a - C_{v_a}) - (q_a \cdot P_a - c_{v_a})$$

dove P_a e C_{v_a} (Prezzo unitario, produzione e costi variabili ad ettaro in condizioni di irrigazione normali) sono costanti e q_a e c_{v_a} (produzione e costi variabili ad ettaro nelle condizioni attuali) sono variabili. Se si fa variare solo la quantità di acqua irrigua mantenendo fissi gli altri fattori produttivi²¹ allora c_{v_a} è funzione della quantità di acqua irrigua somministrata e del suo prezzo ($w_a \cdot P_w$) la

²⁰ Si prenda in considerazione il reddito lordo (PLV-Costi Variabili).

²¹ È questa una condizione molto limitativa. È noto infatti che in condizioni di siccità intervengono tecniche agronomiche specifiche volte a limitare l'evapotraspirazione. Inoltre una riduzione del raccolto può comportare una riduzione di alcuni costi variabili (per esempio il lavoro avventizio nella fase di raccolta).

quale a sua volta è funzione della quantità prodotta q_a ²².

Similmente possiamo ottenere l'espressione del danno per la coltura B, C, etc. In questo modo (considerando uniformi condizioni agronomiche e climatiche) è possibile studiare la minimizzazione del danno complessivo come criterio di scelta per l'allocazione di una data quantità scarsa di acqua fra colture alternative. Si tratta di risolvere un problema di minimo vincolato che, nel semplice caso di scelta fra due colture A e B assume la seguente forma:

$$\min D_{tot} = D_a(q_a) + D_b(q_b)$$

sottoposta al vincolo $W = w_a + w_b = u(q_a, q_b)$. Sviluppando l'espressione si ottiene:

$$\min D_{tot} = (RL_a - q_a * P_a) + (RL_b - q_b * P_b) + u(q_a, q_b) * P_w$$

dove RL indica il reddito lordo della coltura in condizioni di irrigazione ottimali. La soluzione del problema è

$$(\delta q_a / \delta w_a) * P_a - P_w = (\delta q_b / \delta w_b) * P_b - P_w = -\delta D_{tot} / \delta W$$

dove $\delta q_a / \delta w_a$ e $\delta q_b / \delta w_b$ rappresentano le produttività marginali dell'acqua nelle due colture e assumono valore positivo; valore negativo assume invece $\delta D_{tot} / \delta W$ che misura la sensibilità del danno totale ad un allentamento del vincolo. La precedente espressione indica che l'ottima allocazione dell'acqua tra due colture in condizioni di scarsità si ha quando l'acqua è distribuita in modo tale che la sua produttività marginale in valore è uguale per le due colture e che inoltre se si sottrae a tale valore il prezzo dell'acqua si ottiene la diminuzione del danno complessivo dovuta ad un aumento al margine della quantità d'acqua globalmente disponibile.

Da quanto sopra esposto si deduce che il criterio di minimizzazione del danno si può risolvere nel criterio di massimizzazione del reddito il quale genera un'identica allocazione del fattore acqua in modo da eguagliare la sua produttività marginale in valore nei vari processi produttivi. Tuttavia perché la soluzione sia effettivamente

²² Cfr. Hexen R. W., Heady E. O., *Water Production Functions for Irrigated Agriculture.*, Ames, Iowa State Un. Press, 1978, pag. 17. L'utilizzo della funzione inversa è possibile perché ci troviamo nel tratto monotono crescente della funzione della produzione. Si tratta infatti di stimare un danno da una carenza idrica.

un minimo è necessario imporre alcune condizioni sulla forma della funzione di utilizzo dell'acqua totale $u(q_a, q_b)$ che deve essere crescente e strettamente quasi convessa questo garantisce che la curva di isocosto (o di trasformazione) tra la attività coltura A e l'attività coltura B sia concava verso l'origine²³ (Fig. 3). Bisogna inoltre ricordare che sono state assunte limitazioni come quella della fissità di tutti gli altri fattori produttivi (terra inclusa perché la funzione di danno è stata calcolata su un ettaro) e quello della natura annuale delle colture, limitazioni che fanno discostare questa funzione di danno da quella che un perito chiamato a valutare i danni da siccità in una zona omogenea potrebbe empiricamente costruire. Proprio sul postulato dell'esistenza di una tale funzione empirica si può fondare il concetto di una riduzione marginale di danno causata da successive dosi di acqua irrigua e l'estensione dell'analisi al caso dell'allocazione tra una coltura arborea ed una coltura erbacea. Prima di affrontare tale tema ci preme però sottolineare la diversità di condizioni tra il momento in cui l'imprenditore sceglie l'allocazione dei fattori per massimizzare il proprio reddito e il momento in cui deve scegliere l'allocazione di un fattore scarso per minimizzare il danno complessivo. Nel primo caso, data una certa dotazione di fattori fissi non modificabili nel breve periodo, esisteranno per ogni coltura delle tecniche di coltivazione ottimali che nel caso di una coltura irrigua prevedono in genere l'adozione di varietà altamente produttive che a loro volta richiedono elevate concimazioni etc.²⁴. L'imprenditore effettuerà negli ettari irrigabili quelle colture che forniranno il maggior reddito (o meglio massimizzeranno la sua funzione obiettivo) rispettando i vincoli generati dalla presenza di fattori fissi. Nel caso delle scelte per limitare un danno invece il problema presenta aspetti diversi a seconda del periodo in cui si manifesta la carenza idrica. Se quest'ultima sopraggiunge quando la coltura ha già iniziato il suo ciclo allora può darsi che la tecnica colturale adottata, che ha già generata un certo flusso di costi, sia modificabile solo in parte generandosi nella realtà un caso, simile a quello presupposto dalla teoria della funzione di produzione ad un fattore variabile, di fissità di tutti i fattori tranne uno. Le funzioni di produzione in termini fisici dell'acqua individuano uno stato idrico ottimale delle colture quando

²³ Come è noto in tal caso il punto di minimo danno, che equivale alla massima produzione in valore con una quantità d'acqua sub-ottimale, è individuato dalla tangenza della curva di trasformazione con la retta di isoricavo.

²⁴ J. Doorenbos A. Kassam, *Yield...*, op. cit., p. 1.

si adottino varietà altamente produttive ben adottate all'ambiente, coltivate in appezzamenti di adeguate dimensioni dove sono adottate pratiche agronomiche ed irrigue ottimali²⁵. Costruite per motivi sperimentali, queste funzioni diventano di uso pratico nel processo di decisione per minimizzare il danno mentre lo sarebbero assai di meno in processi decisionali di allocazione dell'acqua per massimizzare il reddito. È vero come abbiamo accennato prima, che la fissità di tutti gli altri fattori può costituire una limitazione nell'uso delle funzioni di produzione come base per la costruzione di una funzione di danno, ma più la carenza idrica si manifesta vicino alla raccolta più questa limitazione si identifica con le spese per il raccolto quando queste ultime invece che fisse ad ettaro sono variabili con la quantità raccolta²⁶.

5. Un'ulteriore variazione sul tema.

Nell'analisi precedente la condizione sufficiente perché la soluzione trovata fosse effettivamente un minimo era che la superficie di utilizzo dell'acqua avesse una forma strettamente quasi-convessa. Solo se si abbandona tale condizione è possibile lavorare con funzioni di produzione (inverse delle funzioni di utilizzo dell'acqua) che non siano sempre concave verso il basso. Tali funzioni possono per esempio avere un tratto iniziale crescente più che proporzionalmente, cui segue un tratto crescente meno che proporzionalmente, un massimo ed infine un tratto decrescente²⁷. È questa la classica funzione di produzione riportata dalla manualistica. In questo caso le curve di trasformazione prodotto-prodotto non sono concave verso l'origine in tutte le regioni dello spazio bidimensionale q_a, q_b . Possono esistere casi in cui la curva di trasformazione è convessa verso l'origine, con il punto di tan-

²⁵ Cfr. *ibidem*

²⁶ Nel caso di spese di raccolta proporzionali alla quantità prodotta basta inserire nella espressione matematica del danno un costo variabile dato dal prodotto della quantità raccolta per un coefficiente "K". Ciò genera una soluzione simile alla precedente dove all'uguaglianza della produttività marginale bisogna sostituire quella delle produttività marginali moltiplicate (1-kx).

²⁷ Il tratto decrescente com'è ovvio, non interessa la nostra analisi. Comunque, anche se la disponibilità di acqua per l'irrigazione fosse ottimale, essendo il suo uso assolutamente libero da ogni vincolo di minimo, di fatto non verrebbe mai raggiunto il tratto a produttività negativa.

genza con la retta di isoricavo che individua un valore della produzione minima, mentre il massimo si trova su un punto di confine, il che equivale a dire che tutta l'acqua deve essere allocata ad una coltura (fig. 4). Oppure la curva di trasformazione può presentare un andamento irregolare con più punti di tangenza con diverse rette di isoricavo. In tal caso la soluzione di ottima globale andrebbe cercata confrontando il valore del ricavo individuata dai vari punti di tangenza e dai punti di confine (fig. 5) facendo attenzione a distinguere i massimi dai minimi mediante il soddisfacimento delle condizioni di secondo ordine²⁸. Questa situazione si verifica in quelle regioni dello spazio q_a, q_b) dove una o entrambe le funzioni di produzione dell'acqua per le due colture sono crescenti più che proporzionalmente come per esempio, in condizioni di estrema siccità, quando gli apporti naturali sono trascurabili e la produttività dell'acqua irrigua ha probabilmente un simile comportamento (cfr. paragrafo 2).

6. L'ottima utilizzazione e la scelta tra irrigazione di arboreti e di colture erbacee.

Questo problema di allocazione dell'acqua in condizioni di scarsità presenta aspetti peculiari²⁹. Nel caso degli arboreti gli effetti di un deficit idrico possono andare dalla perdita di una parte del raccolto fino alla distruzione totale del soprassuolo. Praticamente è pur sempre possibile costruire una funzione di danno che senza apparenti soluzioni di continuità, possa determinare per ogni livello di deficit idrico il corrispondente importo monetario del danno. Tuttavia dal punto di vista logico si presenta una discontinuità: dal deficit idrico nullo fino a quel livello di deficit che genera la perdita del raccolto il danno è un mancato reddito, per carenze d'acqua più accentuate invece il danno si riferisce alla distruzione di un bene patrimoniale identifi-

²⁸ Come è noto i problemi di massimizzazione o minimizzazione vincolata prevedono una condizione del primo ordine che in questo caso postula l'eguaglianza della produttività marginale in valore, ed una condizione del secondo ordine che postula la negatività o positività a seconda dei casi del determinante dell'Hessiano orlato il segno del quale dipende da valori algebrici che assumono le derivate seconde e prime. È necessario inoltre ricordare che i punti di confine possono individuare un massimo o un minimo anche se in tali punti la pendenza della retta di isoricavo non è uguale a quella della curva di trasformazione.

²⁹ Faremo riferimento all'ipotesi semplificatrice di un frutteto che si trovi nella fase di maturità.

cabile con la compromissione prima e la distruzione poi del soprassuolo. La distinzione precedente è volutamente semplicistica e non tiene conto del fatto che a livelli prossimi alla distruzione completa del raccolto i fruttiferi subiscono già dei danni che si riflettono sulle capacità produttive degli anni successivi e quindi sul loro valore, tuttavia essa mette in luce la discontinuità della tipologia di danno. Questa discontinuità può essere superata in due modi. Un primo modo può essere quello di considerare il reddito come la differenza tra il patrimonio netto aziendale alla fine dell'anno ed il patrimonio netto aziendale all'inizio dell'anno con l'accorgimento di effettuare le valutazioni dei beni durevoli capitalizzandone i futuri redditi³⁰ in questo caso la perdita del soprassuolo di un frutteto si riflette in una flessione del reddito aziendale. La differenza con i metodi contabili sta tutta nei criteri di valutazione dei beni durevoli essendo questa la trasposizione del concetto di reddito personale secondo Hicks al caso dell'azienda.

Un altro modo di superare la discontinuità può essere quello di considerare il processo produttivo frutteto all'anno m come un processo che fornisce due prodotti congiunti: il raccolto annuale ed il frutteto dell'anno $m+1$. Questo modo di procedere è quello usato da Sraffa nel suo "Produzione di merci a mezzo di merci"³¹ quando tratta il problema del capitale fisso e si ritrova anche nella pratica della programmazione lineare multistage quando un ettaro di arboreto all'anno m fornisce un ettaro di arboreto all'anno $m+1$ oltre al gross margin dell'anno m ³². L'applicazione del metodo alla costruzione di una funzione di danno, che è il riflesso di una funzione di produzione a coefficienti flessibili, necessita tuttavia di alcune precisazioni. Sraffa ci dà alcuni esempi di applicazione del suo metodo riferendosi a trattori nell'agricoltura ed a telai nell'industria tessile; il caso

³⁰ Cfr. Hicks, J. R., *Value and Capital*, Oxford, 1946, 1946 per il concetto il reddito di una persona come ciò che può consumare durante la settimana aspettandosi di ritrovarsi alla fine della settimana nelle stesse condizioni economiche in cui era all'inizio. Per l'applicazione all'unità di produzione e per il confronto con il concetto di reddito contabile vedi Salomon, D., *Economic and accounting concepts on income*, Accounting review, 1961, 374-83. Entrambi i concetti sono stati ripresi da Francesco di Stefano in: *Problemi di Politica Agraria*, Bologna, Il Mulino, 1985, cap. I.

³¹ Cfr. Sraffa Piero, *Produzione di merci a mezzo di merci*, Torino, Einaudi, 1960, cap. X.

³² Cfr. Campus Francesco, *La programmazione lineare in agricoltura*, INEA, Roma, 1969, p. 205.

dell'arboreto ci sembra alquanto differente. Se per ipotesi per un ettaro di arboreto fosse necessario con una determinata tecnica di produzione utilizzare un motocoltivatore si può anche trattare il motocoltivatore alla fine dell'anno come un prodotto congiunto che differisca in valore dal motocoltivatore all'inizio dell'anno per una cifra eguale alla sua quota di ammortamento. Tuttavia quanto sopra non avrebbe nessun interesse nel caso di una funzione di produzione dell'acqua a coefficienti flessibili perché l'ammortamento del motocoltivatore fa parte dei costi fissi che abbiamo ritenuto invariati rispetto ad una eventuale carenza idrica. Il soprassuolo invece ha natura affatto diversa. Unito alla terra forma un capitale fondiario soggetto ad usura come tutti i capitali, tuttavia non si può dire che esso sia stato prodotto una volta per tutte e poi generi un flusso di beni o servizi inserito in un determinato processo produttivo. Il processo produttivo "coltura arborea" in cui è inserito il capitale fondiario impianto arboreo, da una parte lo utilizza come fattore per produrre il raccolto annuale, dall'altra ne permette la persistenza attraverso una attività di "manutenzione" del capitale che non è distinguibile dalla utilizzazione dello stesso nella produzione³³. In questo senso ci pare possibile parlare di una produzione congiunta di capitale fisso e prodotto. Tale produzione può essere rappresentata, nel nostro caso, da una funzione di produzione a coefficienti flessibili perché l'acqua è necessaria sia per produrre il raccolto annuale che per mantenere in vita il soprassuolo.

Una volta accettato questo modo di procedere resta il problema della valutazione del soprassuolo. Il valore di quest'ultimo può essere determinato per stima analitica sottraendo al valore del frutteto nell'anno intermedio il valore del suolo nudo destinato a frutteto secondo una delle tre formule riportate nella letteratura estimativa.

Riportiamo di seguito la formula dei redditi futuri:

$$V_s^m = \frac{\sum_m^n bf + V_0}{(1+r)^{m-n}} - V_0$$

dove V_{s_m} è il valore del soprassuolo all'anno m , Bf è il beneficio fondiario, V_0 il valore del suolo nudo destinato a frutteto, n la durata del turno.

³³ Nel caso trattato le due attività sono non solo distinguibili ma facilmente opposte: il trattore si logora quando è usato nella produzione e proprio per questo bisogno di un'attività di manutenzione distinta

Adottando il metodo estimativo la differenza tra il valore del frutteto alla fine dell'anno $m-1$ e quella alla fine dell'anno m è data, a prescindere dal fattore di sconto, dal beneficio fondiario dell'anno m . Vale infatti la formula (riferita ai termine dell'anno m):

$$V_m = V_{m-1} \cdot (1+r) - Bf_{m-1}^{34}$$

che in altri termini indica che il valore del frutteto all'inizio dell'anno più gli interessi su di essa maturati deve essere uguale al valore del frutteto alla fine dell'anno più il beneficio fondiario³⁵ maturato durante l'anno e riportato alla fine dell'anno stesso. Il processo produttivo può così essere sintetizzato:

$$V_{m-1} + \text{altri input} \rightarrow V_m + PLV_m$$

In condizioni di equilibrio il valore dei termini a sinistra (siano essi capitali, servizi di capitali, prestazioni di lavoro etc.) equivale a quella dei termini a destra. Tolta dalla Plv la reintegrazione di beni e servizi (escluso l'ammortamento dell'impianto arboreo) e la remunerazione di tutti i fattori meno il capitale fondiario si ottiene quel Bf che compare nella formula che esprime la differenza tra il valore del frutteto all'inizio e alla fine dell'anno. Quel Bf dunque è costituito da due parti: una va a reintegrare l'impianto arboreo l'altra va a remunerare il rispettivo capitale fondiario. Ecco perché Bf è uguale alla somma della differenza di valore tra il frutteto all'inizio e alla fine dell'anno con il termine $V_{m-1} \cdot r$ ³⁶.

A questo punto siamo in grado di riproporre anche per la scelta dell'ottima allocazione dell'acqua irrigua tra una coltura erbacea ed una coltura arborea lo stesso tipo di funzione di danno proposto per la

³⁴ Per la dimostrazione si rimanda all'appendice.

³⁵ Il Bf delle formule per la stima degli arboreti da frutto non rappresenta esattamente una remunerazione del capitale fondiario in condizioni di equilibrio, nel calcolarlo infatti non si detrae la quota di ammortamento del costo d'impianto. Assomiglia piuttosto a quello che nell'analisi costi-benefici si chiamerebbe beneficio netto.

³⁶ Una applicazione, senz'altro irrealistica ma logicamente coerente, di questo risultato è la seguente: si immagina di acquistare un frutteto in, fase di maturità all'inizio dell'anno e di rivenderlo alla fine dello stesso anno in condizioni di equilibrio la risultante dei prodotti meno le spese deve coprire la differenza di valore del frutteto e gli interessi sulla somma investita per l'acquisto.

scelta tra due colture erbacee e pervenire alle stesse conclusioni: l'ottima allocazione si ha quando la produttività marginale in valore dell'acqua distribuita alla coltura arborea eguaglia la produttività marginale in valore dell'acqua nella coltura erbacea. Fin qui la conclusione teorica; sul piano pratico rimane la difficoltà di conoscere la forma e le caratteristiche della funzione di produzione³⁷ dell'acqua per quanto riguarda l'attività frutteto. Sappiamo che il livello massimo ed anche quello ottimo vengono raggiunti in corrispondenza di un valore della produzione molto più alto di quello di una coltura erbacea perché l'output dell'attività frutteto comprende anche il valore residuo del frutteto a fine anno. A questa punto bisogna introdurre delle ipotesi sia sulla forma della funzione di produzione per la coltura erbacea che per l'arborea. Se ipotizziamo una funzione di produzione crescente più che proporzionalmente fino ad un punto di flesso e poi meno che proporzionalmente³⁸ allora una chiara indicazione non sempre è possibile come è già stato indicato precedentemente. Quando la quantità di acqua è molto limitata e siamo nella zona a curve di trasformazione convesse verso l'origine l'acqua andrà utilizzata nella coltura che presenta la produttività media più alta; questa dovrebbe essere l'arborea che per intervalli simili di acqua fornita raggiunge livelli produttivi molto più alti. Per livelli di disponibilità irrigue più ampie l'allocazione esclusiva alla coltura arborea dipenderà dalla forma della funzione di produzione.

7. Conclusioni.

L'analisi delle relazioni tra danno inteso come mancata produzione e funzione di produzione ci ha portati a svolgere una serie di considerazioni sulla natura empirica della funzione di danno e su quella sperimentale della funzione di produzione. Sembra infatti che la funzione di produzione trovi un riscontro empirico ben preciso quando è utilizzata per analizzare la differenza tra produzione ottimale e produzione subottimale per carenza di un fattore. Il riscontro empirico si basa sulla presenza effettiva di una serie di danni dovuti a carenze di acqua di diversa intensità.

Il problema della scelta dell'ottima allocazione di acqua in ordine alla minimizzazione del danno complessivo assume un rilievo

³⁷ Dalla funzione di produzione è poi facile, nelle condizioni assunte nei paragrafi precedenti, passare alla funzione di danno.

³⁸ Cfr. L. Giardini, *Agronomia...*, Op. cit.

particolare quando sono presenti colture arboree. Qui il danno che un estimatore sarebbe chiamato a stimare non può prescindere dalle eventuali perdite del soprassuolo. Il parallelismo tra funzione di danno e funzione di produzione andrebbe allora perso a meno che quest'ultima non comprenda anche come output il valore residuo del soprassuolo. È proprio questa la direzione di ricerca che è stata intrapresa con l'introduzione di un concetto, d'altronde implicitamente già presente nella tecnica della programmazione lineare, utilizzato da Sraffa nel suo *Produzione di merci a mezzo di merci* ed in parte riferibile al concetto di reddito personale di Hicks.

La determinazione del valore residuo del soprassuolo è stata condotta per mezzo dell'analisi della differenza di valore del frutteto all'inizio e alla fine dell'anno attraverso le classiche formule estimative. Questo ha permesso di esplorare la formulistica in maniera approfondita esprimendo il valore del frutteto alla fine dell'anno in termini del valore del frutteto all'inizio dell'anno.

Al di là delle scarse ricadute pratiche questo lavoro vuole in definitiva essere un contributo d'analisi in quel campo, ancora non del tutto esplorato, che lega le discipline estimative classiche all'analisi microeconomica. A questo proposito riteniamo che le relazioni tra funzioni di produzione e funzioni di danno vadano ulteriormente esplorate non lasciandosi ingannare dalla loro specularità formale.

Appendice

Sia V_{m-1} il valore del frutteto alla fine dell'anno $m-1$ allora il primo Bf in ordine temporale da prendere in considerazione nel calcolo della formula dei redditi futuri sarà quello che matura tra la fine dell'anno $m-1$ e la fine dell'anno m : chiameremo tale Bf " Bf_m " esso potrà essere estratto dalla sommatoria e posticipato isolatamente alla fine dell'anno n (fine dell'ultimo anno del turno).³⁹

$$\begin{aligned} V_{m-1} &= \frac{\sum_{m-1}^n Bf + V_0}{q^{n-(m-1)}} \\ &= \frac{\sum_m^n Bf + Bf_m * q^{n-m} + V_0}{q^{n-(m-1)}} \\ &= \frac{\sum_m^n Bf + V_0}{q^{n-(m-1)}} + Bf_m * q^{n-m} / q^{n-(m-1)} \\ &= \frac{\sum_m^n Bf + V_0}{q^{n-m}} * 1/q + Bf_m * 1/q \end{aligned}$$

Ma la frazione a sinistra non è altro che V_m , allora:

$$V_{m-1} = V_m * 1/q + Bf_m * 1/q$$

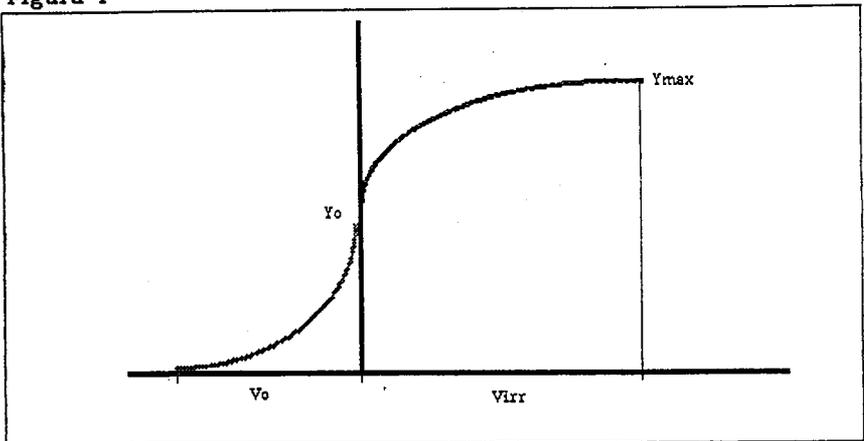
Evidenziando V_m otteniamo:

$$V_m = V_{m-1} * q - Bf_m$$

c.v.d.

³⁹ I simboli rispettano la tradizionale notazione della letteratura estimativa.

Figura 1



Legenda: V_0 = apporti idrici naturali
 V_{irr} = apporti dell'irrigazione
 Y_0 = produzione in assenza d'irrigazione
 Y_{max} = massima produzione ottenibile

Fonte: Giardini L. (modificato)

Figura 2a

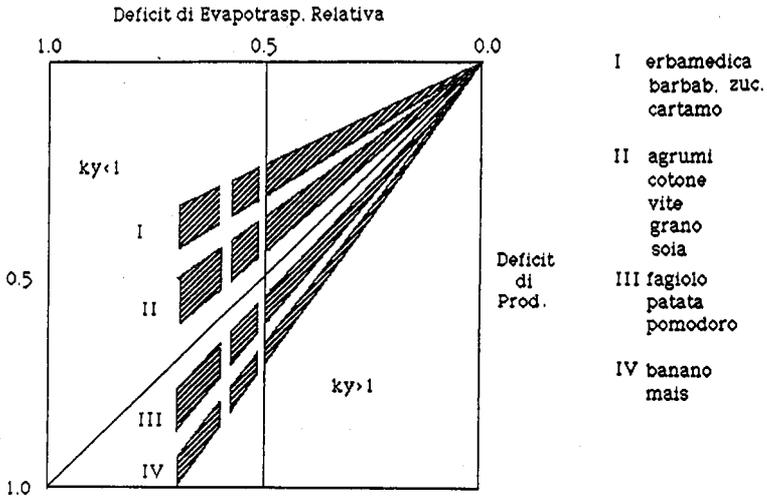
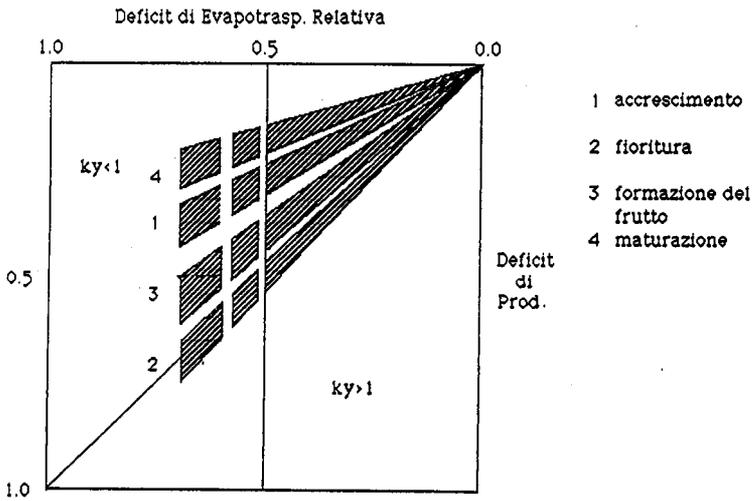
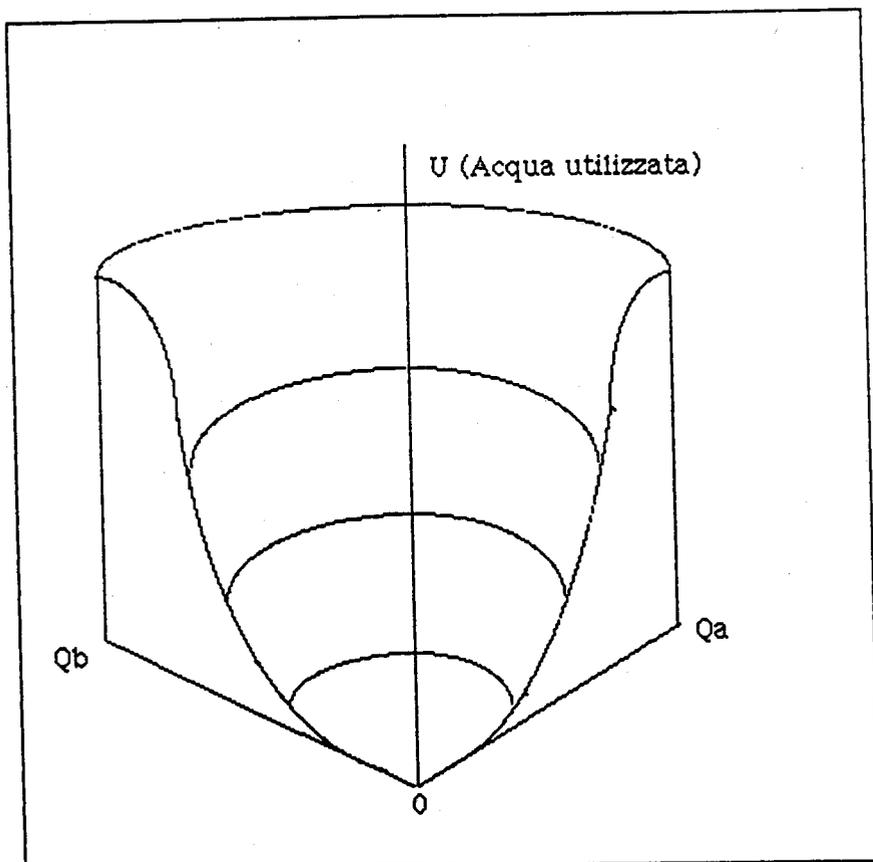


Figura 2b



Fonte : Doorenbos J. e Kassam A.

Figura 3



Funzione di utilizzazione dell'acqua

Legenda: U = acqua utilizzata

Q_a = quantità prodotta coltura a

Q_b = quantità prodotta coltura b

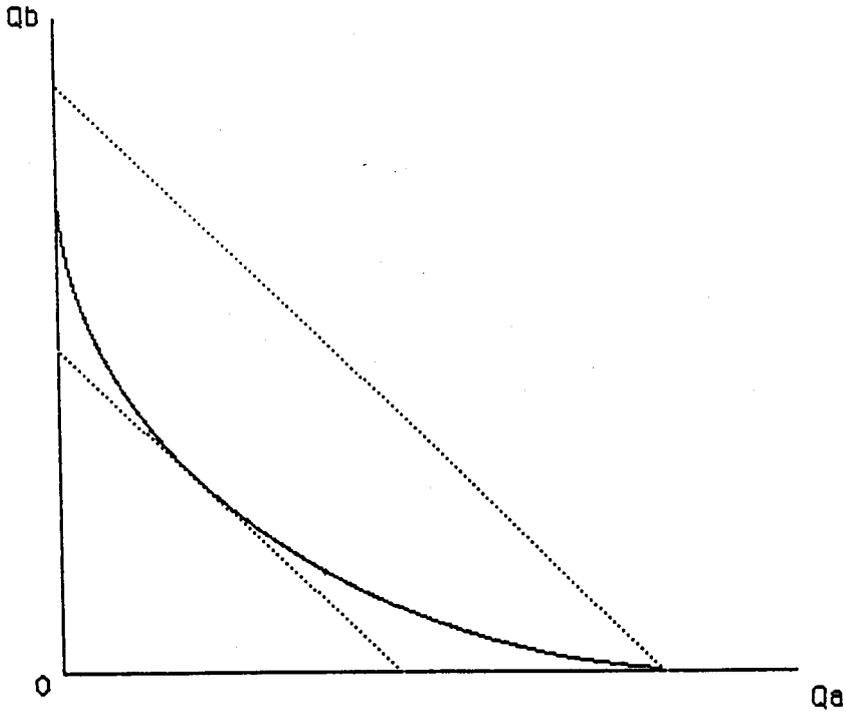


Fig. 4

Curva di trasformazione e rette di isoricavo

Legenda : Q_a = quantità prodotta coltura a

Q_b = quantità prodotta coltura b

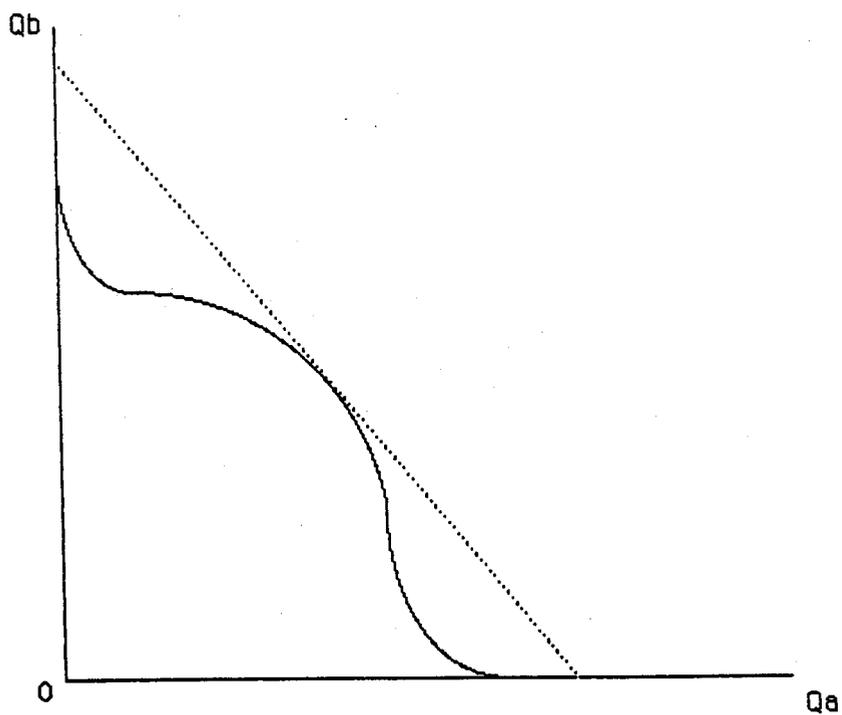


Fig 5

Curva di trasformazione e rette di isoricavo

Legenda : Q_a = quantità prodotta coltura a

Q_b = quantità prodotta coltura b