

L'Analisi multicriteriale in condizioni di rischio ed incertezza*

Bernetti I.**

1. Introduzione

L'incertezza in un modello di analisi multicriteriale può essere dovuta a molti fattori; due delle principali origini possono essere identificate nella individuazione dei risultati (attributi) di ciascuna alternativa progettuale e nella forma e nelle caratteristiche della funzione di utilità del decisore.

Relativamente al primo fattore è necessario considerare come in molti casi classici di applicazione dell'analisi multicriteriale come p.e. la gestione delle risorse naturali, gli effetti di una data alternativa si realizzino in intervalli temporali estremamente lunghi. Questo può portare a sensibili difficoltà nell'individuazione di un valore "esatto" dell'impatto di una determinata azione. Un metodo per risolvere tale problema può essere quello di associare agli elementi del modello delle appropriate distribuzioni di probabilità individuate con analisi oggettive o soggettive, analogamente a quanto effettuato nel caso dei modelli di gestione monocriteriale, effettuando in base ad esse una analisi stocastica dei risultati.

Per quanto riguarda la seconda origine dell'incertezza, si può notare come la maggior parte dei metodi di analisi multicriteriali pongano diverse ipotesi di base relativamente al comportamento del decisore: massimizzazione di una data funzione di utilità con determinate caratteristiche (addittività, *trade-off* ammesso, ecc.), minimizzazione della distanza dal punto ideale, grado di raggiungimento di un determinato traguardo ecc.. In alcuni casi però che tali ipotesi, pur

* Lavoro effettuato con il finanziamento MURST 40% "Teoria e metodi nella pianificazione aziendale e territoriale".

** Prof. associato di Istituzioni di Economia politica e Statistica forestale nell'Università di Firenze

essendo basate su principi razionali, non si adattano al reale comportamento del decisore in situazioni complesse. Questo può accadere in quanto il decisore stesso può non essere in grado di agire in condizioni di certezza relativamente alle preferenze da lui espresse¹. Per risolvere tale problema sono stati proposti metodi che si basano su una definizione meno rigida della funzione di utilità, abbandonando il concetto di una scelta strettamente ottimizzante per una selezione meno strutturata delle alternative. Tali metodi sono detti **ad ordinamento debole** o **non completo**.

Lo scopo del presente intervento è quello di analizzare le potenzialità di due metodi di analisi multicriteriale finalizzati a risolvere i casi sopra accennati, mediante l'applicazione ad un caso di gestione di una azienda forestale pubblica.

2. I metodi stocastici

Come precedentemente illustrato, la mancata disponibilità di informazioni certe può influenzare i risultati ottenibili da un procedimento di analisi multicriteriale. L'incertezza può derivare dalla mancanza di informazioni precise sia relativamente ai risultati conseguibili dalle diverse alternative sia rispetto alle preferenze (pesi) del decisore. Uno dei metodi più noti di modellizzazione dell'incertezza, nel caso sia possibile associare ai diversi elementi una distribuzione di probabilità oggettiva o soggettiva, è il metodo Monte Carlo (NIJKAMP, 1980). Il metodo Monte Carlo è una tecnica basata sull'impiego di modelli di simulazione probabilistica, cioè di un modello matematico che descrive il comportamento di un dato sistema (nel caso in esame un metodo di analisi multicriteriale) sotto ipotesi di variazione secondo una data funzione di probabilità di uno o più elementi costituenti il sistema stesso. Tramite tale procedimento è possibile generare un campione artificiale di osservazioni relative ad un dato sistema, e di effettuare così una analisi statistica in modo da determinare il risultato più probabile.

(1) Semplificando il caso a due sole alternative, un decisore agisce in condizioni di certezza riguardo alle proprie scelte nel caso si verifichino le seguenti condizioni: data una funzione di scelta U l'alternativa y_1 è preferita a y_2 se e solo se $U(y_1) > U(y_2)$, mentre due alternative sono indifferenti se e solo se $U(y_1) = U(y_2)$. Cioè la esatta definizione della funzione di scelta giuoca un ruolo essenziale selezione dell'alternativa "ottimale".

Le fasi in cui si articola l'applicazione del metodo Monte Carlo all'analisi multicriteriale sono le seguenti.

1. individuazione degli elementi deterministici e probabilistici del problema di analisi multicriteriale;
2. definizione delle funzioni di probabilità e costruzione dei relativi generatori di numeri casuali;
3. generazione di un campione sufficientemente numeroso di possibili risultati del modello di analisi multicriteriale;
4. analisi statistica dei risultati ottenuti finalizzata all'individuazione della alternativa (o delle alternative) che consente di ottenere la maggiore probabilità di ottenere il miglior risultato.

Il metodo Monte Carlo precedentemente descritto può essere applicato a tutti i metodi di analisi multiattributo e rappresenta perciò un utile complemento dei diversi approcci deterministici. Il principale inconveniente del metodo è rappresentato dalla grande mole di calcoli necessaria per ottenere risultati significativi.

3. I metodi ad ordinamento debole

Sino dalla fine degli anni '60 si è riscontrato un crescente interesse verso metodi che consentissero di superare il concetto di utilità (o di funzione di utilità) e quindi di stretta ottimizzazione del modello decisionale rendendo più sfumate ed elastiche le ipotesi e le assunzioni relative alle proprietà della funzione di utilità o di preferenza. Uno dei lavori più significativi effettuati secondo tale approccio è quello effettuato da Bernard ROY (ROY, 1976; ZIMMERMANN, 1981) che ha proposto di superare i modelli di scelta classici basati su un ordinamento completo delle alternative progettuali.

Il principio su cui si basa questa classe di metodi è quello di operare mediante una serie di confronti a coppie fra alternative con lo scopo di costruire una relazione binaria relativa all'intero insieme di alternative. In altre parole ciascuna alternativa a viene confrontata con tutte le altre: in tale confronto una alternativa a prevale su una alternativa b se gli argomenti in favore di a sono significativi mentre quelli in favore di b non sono troppo convincenti. In tale approccio l'ordinamento può non essere completo, cioè possono esistere coppie per le quali a non prevale su b e b non prevale su a . Per tale motivo i metodi ad ordinamento debole possono essere considerati meno po-

tenti rispetto a quelli ad ordinamento forte, ma in alcune situazioni tale "residuo di incertezza" può risultare più realistico. La differenza tra i diversi metodi ad ordinamento debole consistono nel modo di formalizzare le relazioni sfocate di prevalenza fra coppie di alternative.

Fra le varie relazioni sfocate di prevalenza che sono state suggerite il metodo che sembra essere più interessante è quello basato sull'uso degli **indici di concordanza e di discordanza**.

Dati:

$y^k \in \{y\}$, con $k = 1, \dots, m$ alternative decisionali

$i = 1, \dots, n$ criteri (effetti) secondo i quali vengono valutate le alternative decisionali

y_i^k valore dell'alternativa y^k rispetto al criterio i ;

$\lambda_i \geq 0, \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$ peso del criterio i .

si definiscono i seguenti limiti:

s^{ind} limite di indifferenza

s^{pref} limite di stretta preferenza

s^v limite di larga preferenza

con

$$0 \leq s^{ind} \leq s^{pref} \leq s^v$$

La relazione binaria associata a ciascuna coppia di alternative è la seguente:

$$y_i^1 \geq y_i^2 + s^{ind}$$

indica che l'alternativa y^1 è indifferente a y^2 ;

$$y_i^1 \geq y_i^2 + s^{pref}$$

indica che l'alternativa y^1 è strettamente preferita a y^2 ;

$$y_i^1 \geq y_i^2 + s^v$$

indica che l'alternativa y^1 è assolutamente preferita a y^2 ;

In base a tale relazione binaria è possibile definire un indice, detto grado di concordanza d_i^0 , che esprime la "credibilità" dell'ipotesi che y^1 sia indifferente rispetto a y^2 .

$$d_i^0(y^1, y^2) = \begin{cases} 0 & \text{per } y_i^2 \geq y_i^1 + s_i^{pref} \\ \frac{y_i^1 - y_i^2 + s_i^{pref}}{s_i^{pref} - s_i^{ind}} & \text{per } y_i^1 + s_i^{ind} \leq y_i^2 \leq y_i^1 + s_i^{pref} \\ 1 & \text{per } y_i^1 + s_i^{ind} \geq y_i^2 \end{cases}$$

Per un insieme di possibili alternative è possibile, tramite la funzione precedentemente indicata, costruire per ogni criterio la cosiddetta **matrice sfocata di concordanza**.

La relazione di concordanza è completata tramite un secondo indice complementare al primo, il grado di discordanza, che indica la "credibilità" dell'ipotesi che l'alternativa y^2 sia preferita a y^1 :

$$d_i^{dis}(y^1, y^2) = \begin{cases} 0 & \text{per } y_i^1 + s_i^{pref} \geq y_i^2 \\ \frac{y_i^2 - y_i^1 - s_i^{pref}}{s_i^v - s_i^{pref}} & \text{per } y_i^1 + s_i^{pref} \leq y_i^2 \leq y_i^1 + s_i^v \\ 1 & \text{per } y_i^2 \geq y_i^1 + s_i^v \end{cases}$$

Analogamente a quanto detto precedentemente, per ogni criterio i è possibile costruire una **matrice sfocata di discordanza**.

Concordanza e discordanza risultano così definite per ogni coppia di alternative e per ogni criterio i . Per potere giungere ad un ordinamento le relazioni di concordanza e discordanza debbono essere associate per ogni criterio. Roy suggerisce di calcolare la somma pesata delle relazioni di concordanza al fine di calcolare la concordanza totale:

$$d^0(y^1, y^2) = \sum_{i=1}^n \lambda_i d_i^0(y^1, y^2)$$

La matrici di discordanza vengono aggregate utilizzando la seguente relazione:

$$d^{disc}(y^1, y^2) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \begin{cases} 1 & \text{per } d_i^{disc}(\cdot) \leq d^0(\cdot) \\ \frac{1 - d_i^{disc}(\cdot)}{1 - d^0(\cdot)} & \text{per } d_i^{disc}(\cdot) > d^0(\cdot) \end{cases}$$

Attraverso le matrici globali di concordanza e di discordanza è possibile calcolare la **matrice dei gradi di preferenza**, che consente di valutare il grado di dominanza di una alternativa rispetto a tutte le altre. La **matrice dei gradi di preferenza** può essere calcolato come:

$$d(y^1, y^2) = d^0(y^1, y^2) \cdot d^{disc}(y^1, y^2)$$

In base alla matrice di preferenza il decisore è già in grado di effettuare una analisi delle diverse alternative. Ulteriori indicazioni possono essere ottenute applicando alla matrice algoritmi di selezione che consentano di suddividere le diverse alternative in sottoinsiemi in base a determinate regole decisionali. I due metodi maggiormente impiegati in questo genere di analisi (Roy, 1976) sono il metodo dicotomico ed il metodo tricotomico. Il metodo dicotomico seleziona le diverse alternative suddividendole in due sottoinsiemi: un sottoinsieme delle alternative accettabili ed un insieme delle alternative respinte. Dato un limite di dominanza $\alpha \leq 1$, l'alternativa y^h rientra nell'insieme delle migliori alternative se $d(y^h, y^k) \geq \alpha \quad \forall k \neq h$.

Il metodo tricotomico consente di classificare le alternative di pianificazione in tre classi definite dai termini "accettabile", "non accettabile" e "incerte". Ciò significa dividere tutti gli elementi di Y in tre sottoinsiemi:

$y^k \in X_1$ significa accettare l'alternativa

$y^k \in X_2$ significa rifiutare l'alternativa

$y^k \in X_3$ significa necessità di ulteriori
informazioni

Tale divisione è effettuata in base a due limiti: uno di accettazione $0 \leq \lambda^{acc} \leq 1$ oltre il quale l'alternativa viene accettata, e uno di rifiuto $0 \leq \lambda^{rif} \leq 1$ al di sotto del quale l'alternativa viene rifiutata. Per ogni alternativa possono essere poi selezionati due indici di valutazione:

$$d_k^{acc} = \min_{h \neq k} d(y^k, y^h)$$

$$d_k^{rif} = \frac{1}{n-1} \sum_{h \neq k} d(y^k, y^h)$$

la selezione viene quindi operata in base al seguente algoritmo:

Se

$$d_k^{acc} \geq \lambda^{acc} \Rightarrow y^k \in X_1$$

altrimenti se

$$d_k^{rif} < \lambda^{rif} \Rightarrow y^k \in X_2$$

altrimenti

$$y^k \in X_3$$

4. L'applicazione delle metodologie

I metodi di analisi precedentemente indicati sono stati applicati ad una azienda forestale pubblica situata nella montagna toscana. La superficie aziendale sottoposta ad analisi multicriteriale è costituita da boschi cedui di castagno e faggio per un totale di 1.004,66 ettari. Gli obiettivi di pianificazione considerati sono stati:

- i. massimizzazione della produzione legnosa (espressa in metri cubi per anno)
- ii. massimizzazione della funzione faunistica (espressa in q.li di foraggio disponibile per anno)
- iii. massimizzazione della funzione ricreativa (espressa in numero di visite per anno)
- iv. massimizzazione dell'occupazione (espressa in giornate di lavoro per anno).

Attraverso la discretizzazione di un modello di programmazione matematica multiobiettivo continuo sono state individuate 8 alternative di gestione².

Le alternative identificate hanno le seguenti caratteristiche:

- Alternativa 1: Azienda a produzione legnosa
- Alternativa 2: Riserva faunistico-ambientale
- Alternativa 3: Parco turistico ricreativo
- Alternativa 4: Bosco multifunzionale
- Alternativa 5 e 7: Bosco multifunzionale a prevalente funzione faunistico-ambientale
- Alternativa 6 e 8: Bosco multifunzionale a prevalente produzione legnosa.

Il livello di raggiungimento degli obiettivi per ciascuna alternativa di pianificazione è stato riportato nella tabella 1. La matrice, disomogenea nelle unità di misura, è stata successivamente normalizzata in modo da fare variare i coefficienti delle azioni in un intervallo compreso fra 0 e 1, corrispondente alla distanza dal punto anti-ideale, secondo la relazione:

$$y_i^k = \frac{Y_i^k - Y_i^*}{Y_i^* - Y_i^{\wedge}}$$

con y_i^k valore normalizzato del criterio i -esimo per l'alternativa k -esima, Y_i^* valore massimo raggiunto dal criterio i (valore ideale) ed Y_i^{\wedge} valore minimo (valore antideale).

Tabella 1. Livello di raggiungimento degli obiettivi delle alternative di pianificazione in esame

| | | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 | A7 | A8 |
|--------------------|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Produzione legnosa | mc/anno | 6,121 | 953 | 1,052 | 3,701 | 2,838 | 4,477 | 2,222 | 4,892 |
| Fauna selvatica | q foraggio/anno | 0 | 3,933 | 2,571 | 2,091 | 2,646 | 1,504 | 2,944 | 1,126 |
| Ricreazione | n. visite/anno | 0 | 3,463 | 8,379 | 4,455 | 5,637 | 3,205 | 6,272 | 2,400 |
| Occupazione | giornate/anno | 1,859 | 963 | 1,544 | 1,895 | 1,817 | 1,883 | 1,750 | 1,885 |

(2) Per maggiori dettagli sulla procedura di discretizzazione cfr BERNETTI, 1991.

Per quanto riguarda i pesi impiegati nell'applicazione, per semplificare l'esposizione, gli obiettivi sono stati considerati tutti di uguale importanza ($\lambda_i = 0,25$ per ogni criterio)

L'applicazione dell'analisi stocastica

La prima fase dell'applicazione dell'analisi stocastica al problema in esame è consistita nell'individuazione degli elementi deterministici e probabilistici del sistema. Nell'applicazione effettuata sono stati considerati probabilistici i gli effetti (attributi) di ciascuna alternativa, mentre sono stati ipotizzati come certi i pesi attribuiti dal decisore³. Non esistendo analisi in serie storica o in *cross-section* per le variabili in esame l'individuazione dei parametri delle funzioni di probabilità è stata effettuata soggettivamente in base alle opinioni di esperti del settore. Una delle funzioni di probabilità che meglio si adatta in questi casi è la cosiddetta funzione di probabilità triangolare. Tale funzione è definita da tre limiti: O , L e P che rappresentano rispettivamente la stima più pessimistica, la più verosimile e la più ottimistica per la variabile in esame. La funzione di densità di probabilità ha la seguente forma:

$$p(x) = \begin{cases} \frac{2(x-O)}{(L-O)(P-O)} & \text{per } O \leq x \leq L \\ \frac{2(P-x)}{(P-L)(P-O)} & \text{per } L \leq x \leq P \end{cases}$$

Dal momento che la funzione di probabilità è discontinua, è necessario impiegare due generatori di numeri casuali. Dato un numero casuale uniforme r il numero casuale con distribuzione triangolare O, L, P può essere calcolato mediante le seguenti relazioni:

$$x = O + \sqrt{r(L-O)(P-O)} \quad \text{per } r \leq (L-O)/(P-O) \quad , \text{ e}$$

(3) Questo può essere verosimile nel caso di un unico decisore rappresentativo, mentre nel caso di pesi individuati tramite interviste su un campione della popolazione interessata al progetto di pianificazione è possibile costruire una funzione di probabilità anche relativamente ai pesi.

$$x = P - \sqrt{(1-r)(P-L)(P-O)} \text{ per } r \geq (L-O)/(P-O)$$

I parametri delle distribuzioni triangolari impiegate per ogni coefficiente tecnico di ogni alternativa sono riportati in tabella 2.

Tabella 2. Parametri delle distribuzioni di probabilità per le alternative in esame

| | | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 | A7 | A8 |
|-------------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Produzione | min | 4,285 | 667 | 737 | 2,591 | 1,987 | 3,134 | 1,555 | 3,424 |
| | media | 6,121 | 953 | 1,052 | 3,701 | 2,838 | 4,477 | 2,222 | 4,892 |
| | max | 7,345 | 1,144 | 1,263 | 4,441 | 3,406 | 5,372 | 2,866 | 5,870 |
| Fauna | min | 0 | 1,966 | 1,285 | 1,046 | 1,323 | 752 | 1,472 | 563 |
| | media | 0 | 3,933 | 2,571 | 2,091 | 2,646 | 1,504 | 2,944 | 1,126 |
| | max | 0 | 5,113 | 3,342 | 2,719 | 3,440 | 1,955 | 3,827 | 1,464 |
| Ricreazione | min | 0 | 2,078 | 5,028 | 2,673 | 3,382 | 1,923 | 3,763 | 1,440 |
| | media | 0 | 3,463 | 8,379 | 4,455 | 5,637 | 3,205 | 6,272 | 2,400 |
| | max | 0 | 4,503 | 10,893 | 5,792 | 7,328 | 4,166 | 8,153 | 3,120 |
| Occupazione | min | 1,673 | 867 | 1,390 | 1,706 | 1,635 | 1,695 | 1,575 | 1,697 |
| | media | 1,859 | 963 | 1,544 | 1,895 | 1,817 | 1,883 | 1,750 | 1,885 |
| | max | 2,231 | 1,156 | 1,853 | 2,274 | 2,180 | 2,260 | 2,100 | 2,262 |

Il metodo di analisi multiattributo adottato per la soluzione del modello è quello della minima distanza dal punto ideale secondo una metrica L (cfr. ZELENY, 1982). In base a tale metodo la funzione di ordinamento (completo) è data da:

$$\min_k L_\infty = \min_k \left\{ \max_i \{ \lambda_i \cdot y_i^k \} \right\}$$

L'indagine stocastica si è basata su cento serie di valori casuali estratti in base alle distribuzioni individuate. Per ciascuna serie è stata effettuata un ordinamento (completo) delle alternative in base alla minima distanza dal punto ideale. E' stata infine elaborata una tabella di frequenza dei risultati ottenuti da ciascuna alternativa (tabella 4). Come si può notare dall'analisi delle soluzioni nell'83% dei casi l'alternativa 4 è risultata essere la soluzione più soddisfacente⁴, contro 11% dell'alternativa 5 e il 6% dell'alternativa 6.

(4) Tale risultato conferma quello ottenibile applicando il metodo di analisi multicriteriale in ipotesi di conoscenza perfetta, impiegando come attributi i valori più probabili delle distribuzioni di probabilità.

Tabella 3. Analisi di frequenza dei risultati del modello di simulazione

| | I ^a | II ^a | III ^a |
|-----------|----------------|-----------------|------------------|
| A1 | 0 | 0 | 0 |
| A2 | 0 | 0 | 0 |
| A3 | 0 | 0 | 0 |
| A4 | 83 | 14 | 3 |
| A5 | 11 | 50 | 24 |
| A6 | 6 | 30 | 44 |
| A7 | 0 | 3 | 13 |
| A8 | 0 | 3 | 16 |

Tabella 4. Matrice dei gradi di preferenza

| | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 | A7 | A8 |
|-----------|-------------|-------------|-------------|------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| A1 | | 0.34 | 0.25 | 0.25 | 0.25 | 0.49 | 0.25 | 0.50 |
| A2 | 0.25 | | 0.25 | 0.23 | 0.17 | 0.25 | 0.19 | 0.25 |
| A3 | 0.38 | 0.75 | | 0.37 | 0.50 | 0.38 | 0.59 | 0.38 |
| A4 | 0.66 | 0.66 | 0.61 | | 0.86 | 0.92 | 0.61 | 0.78 |
| A5 | 0.56 | 0.75 | 0.75 | 0.89 | | 0.75 | 1.00 | 0.75 |
| A6 | 0.75 | 0.56 | 0.38 | 0.84 | 0.50 | | 0.50 | 1.00 |
| A7 | 0.54 | 0.75 | 0.75 | 0.66 | 0.97 | 0.64 | | 0.51 |
| A8 | 0.77 | 0.53 | 0.38 | 0.52 | 0.48 | 1.00 | 0.33 | |

L'applicazione dell'analisi multiattributo ad ordinamento debole.

La applicazione del metodo di Roy al problema in esame è stata effettuata in base ai passaggi riportati al par. 3. Nella costruzione delle matrici di concordanza e di discordanza sono stati impiegati i seguenti indici:

limite di indifferenza $s^{ind} = 0,10$

limite di preferenza $s^{pref} = 0,25$

limite di veto $s^v = 0,50$.

In base al procedimento indicato nel paragrafo 2 sono state calcolate le matrici di concordanza e di discordanza e, attraverso queste, la matrice del grado di preferenza riportata in tabella 2. Già dall'esame della matrice è possibile effettuare giudizi coerenti relativamente alle diverse alternative in base ai gradi di preferenza per ogni coppia. Un giudizio più sintetico è però ottenibile applicando i metodi di selezione dicotomica e tricotomica. Per quanto riguarda la prima, assegnando un limite di dominanza pari a 0,5, si selezionano come accettabili l'alternativa 4, la 5 e la 7. Applicando il metodo tricotomico, con limite di accettazione $l^{acc} = 0,5$ (grado di preferenza minimo che una alternativa deve raggiungere rispetto a tutte le altre) e limite di rifiuto $l^{rif} = 0,5$ (grado di preferenza medio di una alternativa rispetto a tutte le altre) si selezionano come accettabili l'alternativa 4, 5 e 7 mentre l'alternativa 6 e 8 vengono indicate come "da sottoporre a ulteriori accertamenti". Si respingono invece le alternative ad uso esclusivo (alternative 1, 2 e 3).

5. Conclusioni

L'applicazione effettuata ha evidenziato come le metodologie impiegate abbiano buone caratteristiche operative. Infatti per quanto riguarda i metodi stocastici, questi confermano la propria utilità anche nel caso della analisi multicriteriale. L'applicazione effettuata ha illustrato inoltre come anche in assenza di un campione di situazioni (quasi sempre difficile da ottenersi) sia possibile, mediante parametri soggettivi ma "ragionati", giungere all'individuazione di funzioni di probabilità teoricamente corrette.

Per quanto riguarda il metodo di Roy, le funzioni di preferenza sfocate, sono in grado di rappresentare un ventaglio piuttosto ampio

di situazioni decisionali. Inoltre variando opportunamente i diversi limiti è possibile modificare il grado di incertezza associato al processo decisionale effettuando anche delle analisi di sensitività. Anche il potere discriminatorio delle funzioni di scelta (sia dicotomiche che tricotomiche) può essere variato in base ai parametri di grado di dominanza e dei limiti di accettazione e di rifiuto, fino a giungere, in molti casi, ad una scelta univoca.

BIBLIOGRAFIA

- Bernetti I. (1991). *L'analisi multicriteriale nella pianificazione delle risorse naturali: una applicazione alla gestione di un'azienda forestale pubblica*. Tesi di dottorato, Firenze, Università degli Studi di Firenze.
- Nijkamp P. (1980). *Theory and application of environmental economics*. North Holland, Amsterdam
- Roy B. (1976). *Partial preference analysis and decision aid: the fuzzy outranking relation concept*. S.E.M.A., Parigi
- Zeleny M. (1982) *Multiple Criteria Decision Making*. McGraw-Hill, New York.
- Zimmermann H.J. (1987). *Fuzzy sets, Decision making and expert system*. Kluwer Academic Publisher, Boston.

Summary

The paper presents two models for project evaluations in risk and uncertainty. The first model deals with the uncertainty in the identification of technical coefficients, while the second concerns the assessment of the decision making utility function.

After a description of the methodologist issues regarding the models implementation, an application is presented to the management of a multi-purpose forest.

Résumé

L'étude concerne les méthodes pour introduire les éléments de risques et d'incertitude dans les modèles d'analyse multicritériale. Les principales origines de l'incertitude peuvent être identifiées dans les résultats de chaque alternative de projet et dans les caractéristiques de la fonction d'utilité. Le premier cas peut être analysé avec les méthodes stochastiques pendant que l'autre peut être limité par les méthodologies à système faible. Les caractéristiques et les modalités d'application de deux méthodes peuvent être illustrées à travers un cas d'étude composé par l'individuation du mode de gestion d'une entreprise forestière d'Etat.